

---

# Leistungsnachweis

---

Datum: 17.01.2023

Uhrzeit: 16:00 - 17:00 Uhr

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Gesamtpunktzahl: 45 Punkte

Abgabe: eine PDF-Datei mit **handschriftlichen** Lösungen  
Upload auf die dafür vorgesehene Webseite  
bis 15 Minuten nach Ende der Bearbeitungszeit

1. Bearbeiten Sie die Aufgaben handschriftlich auf dem Aufgabenblatt!
2. Falls Sie keine Möglichkeit haben die Klausur auszudrucken, dann lösen Sie die Aufgaben in digitaler Form direkt im PDF, z.B. mit FoxiReader oder Xournal++.
3. Exportieren Sie das Ergebnis in eine (!) PDF-Datei mit maximaler Größe 10MB. Falls mehrere Dateien abgegeben werden, wird nur die zuerst abgegebene Datei gewertet!
4. Lösungen zu einer Aufgabe werden nur innerhalb des zugehörigen Lösungsfeldes gewertet. Falls der Platz nicht ausreicht, so verwenden Sie das Lösungsfeld der englischen Version und machen dies entsprechend kenntlich. Angaben außerhalb der Lösungsfelder werden nicht gewertet!
5. Geben Sie stets den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
6. Als Hilfsmittel sind sämtliche Vorlesungsunterlagen sowie die darin angegebene Literatur zugelassen.
7. **Rechnen Sie alle Rechnungen mit Einheiten!**

## Selbstständigkeitserklärung

### Persönliche Angaben

Name: \_\_\_\_\_  
(Last name)

Vorname: \_\_\_\_\_  
(First name)

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_  
(Student-ID)

Studiengang: \_\_\_\_\_  
(Program)

### Angaben zur Prüfung

Name der Prüfung: \_\_\_\_\_  
(Title of the exam)

Prüfer: \_\_\_\_\_  
(Examiner)

Prüfungsdatum: \_\_\_\_\_  
(Exam date)

Hiermit versichere ich, dass ich die oben bezeichnete Leistung selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe sowie ohne Heranziehung nicht zugelassener Hilfsmittel bearbeitet habe. Mir ist bewusst, dass der Verstoß gegen prüfungsrechtliche Regelungen über die Täuschung bei der Erbringung von Prüfungsleistungen und die Abgabe einer unrichtigen Versicherung geahndet wird.

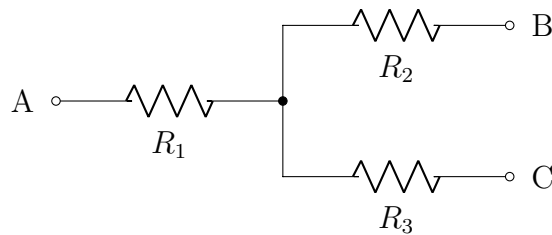
I declare that I have worked on the above-mentioned assessment independently and without unauthorized assistance. I also confirm that I have not used any non-permissible resources. I am aware that the violation of examination regulations on cheating during examinations or a false declaration is punished.

Ort, Datum: \_\_\_\_\_  
(Place, date)

Unterschrift: \_\_\_\_\_  
(Signature)

**Aufgabe 1: Strom und Spannung**

**(15 Punkte)**



$$R_1 = 10\Omega$$

$$R_2 = 20\Omega$$

$$R_3 = 40\Omega$$

1. Berechnen Sie den Ersatzwiderstand der gezeigten Schaltung, wenn Punkt B und Punkt C kurzgeschlossen sind.

**(3 Punkte)**

$$\begin{aligned} R_{Ersatz} &= R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} \\ &= 10\Omega + \frac{25\Omega \cdot 40\Omega}{25\Omega + 40\Omega} \\ &= 23.\bar{3}\Omega \end{aligned}$$

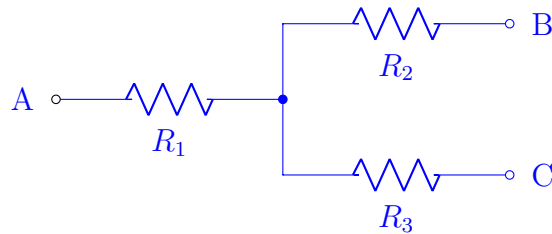
2. Berechnen Sie die Ströme und Spannungen an den Widerständen, wenn Punkt A und Punkt B kurzgeschlossen sind und an der Schaltung eine Spannung von  $U = 10V$  abfällt.

**(7 Punkte)**

$$\begin{aligned} R_{Ersatz} &= \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{10\Omega \cdot 20\Omega}{10\Omega + 20\Omega} + 40\Omega = 46.\bar{6}\Omega \\ I_{Gesamt} &= \frac{U}{R_{Ersatz}} \approx \frac{10V}{46.\bar{6}} = 0.21A = I_3 \\ U_3 &= R_3 \cdot I_3 \approx 40\Omega \cdot 0.21A \approx 8.6V \\ I_1 &= \frac{G_1}{G_1 + G_2} \cdot I_3 \approx \frac{0.1S}{0.1S + 0.05S} \cdot 0.21A = 0.14A \\ U_1 &= R_1 \cdot I_1 \approx 10\Omega \cdot 0.14A = 1.4V \\ I_2 &= \frac{G_2}{G_1 + G_2} \cdot I_3 \approx \frac{0.05S}{0.1S + 0.05S} \cdot 0.21A = 0.07A \\ U_2 &= R_2 \cdot I_2 \approx 20\Omega \cdot 0.07A = 1.4V \end{aligned}$$

**Exercise 1: Current and Voltage**

**(15 Points)**



$$R_1 = 10\Omega$$

$$R_2 = 20\Omega$$

$$R_3 = 40\Omega$$

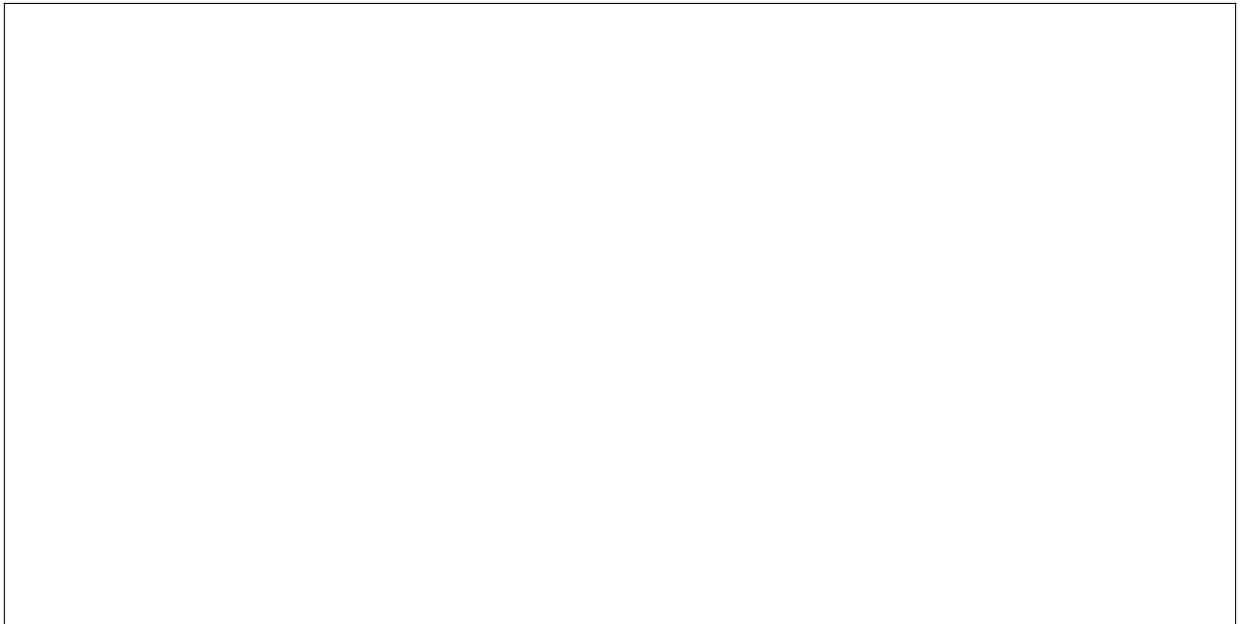
1. Calculate the equivalent resistance of the shown circuit, for point A and point B being shorted.

**(3 Points)**

2. Calculate currents and voltages at the resistances, for point A and point B being shorted and a voltage  $U = 10V$  drops across the circuit.

**(7 Points)**

(Fortsetzung Aufgabenteil 2)



3. Berechnen Sie die äquivalente Dreieckschaltung.

(5 Punkte)

$$G_{AB} = \frac{G_1 \cdot G_2}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{0.1S + 0.05S}{0.1S + 0.05S + 0.025S} \approx 0.0029S$$

$$G_{AC} = \frac{G_1 \cdot G_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{0.1S + 0.025S}{0.1S + 0.05S + 0.025S} \approx 0.0071S$$

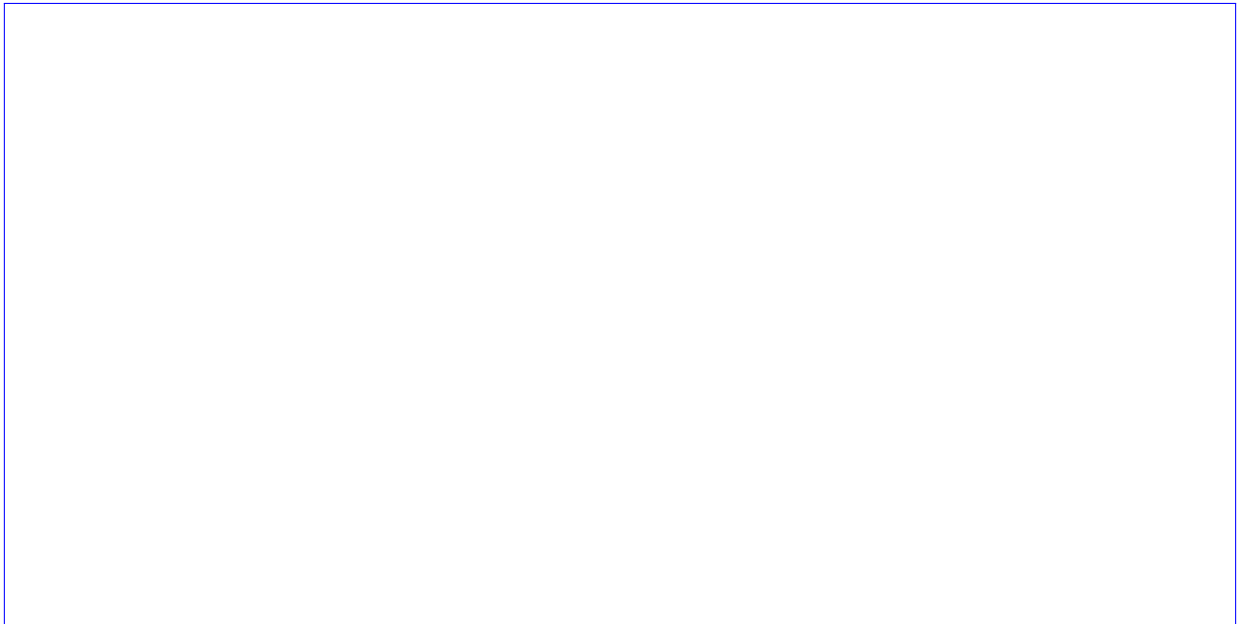
$$G_{BC} = \frac{G_2 \cdot G_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{0.05S + 0.025S}{0.1S + 0.05S + 0.025S} \approx 0.0143S$$

$$R_{AB} \approx 35\Omega$$

$$R_{AC} \approx 70\Omega$$

$$R_{BC} \approx 140\Omega$$

(Part 2. continued)



3. Calculate the equivalent delta circuit (Dreieckschaltung).

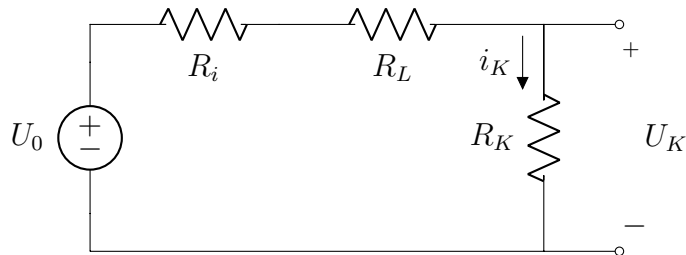
**(5 Points)**



**Aufgabe 2: Energie und Leistung**

**(15 Punkte)**

Ein Kraftwerk soll einem Kunden eine Leistung  $P_K$  liefern. Der Innenwiderstand des Kraftwerks ist  $R_i$  und die Überlandleitung hat einen Widerstand  $R_L$ .



$$\begin{aligned} P_K &= 2 \text{ MW} \\ R_i &= 50 \text{ } \Omega \\ L &= 20 \text{ km} \\ r_L &= 5 \cdot 10^{-5} \frac{\Omega}{\text{m}} \end{aligned}$$

1. Die Spannung beim Kunden soll  $U_K = 25 \text{ kV}$  betragen. **(5 Punkte)**  
Mit welcher Spannung  $U_0$  muss das Kraftwerk einspeisen?

$$\begin{aligned} R_L &= r_L \cdot L \cdot 1000 = 5 \cdot 10^{-5} \frac{\Omega}{\text{m}} \cdot 20.000 \text{ m} = 1 \Omega \\ I_L &= \frac{P_K}{U_K} = \frac{2 \text{ MW}}{25 \text{ kV}} = \frac{2 \cdot 10^6 \text{ W}}{25 \cdot 10^3 \text{ V}} = 80 \text{ A} \\ R_K &= \frac{U_K}{I_K} = \frac{U_K}{I_L} = \frac{25 \text{ kV}}{80 \text{ A}} = \frac{25 \cdot 10^3 \text{ V}}{80 \text{ A}} = 312.5 \Omega \\ U_0 &= (R_i + R_L + R_K) \cdot I_L = (50 \Omega + 1 \Omega + 312.5 \Omega) \cdot 80 \text{ A} = 29.080 \text{ V} \approx 29 \text{ kV} \end{aligned}$$

Das Kraftwerk muss mit  $29 \text{ kV}$  einspeisen.

2. Wie groß ist der Wirkungsgrad  $\eta$ , wenn  $U_0 = 150 \text{ kV}$  ? **(5 Punkte)**

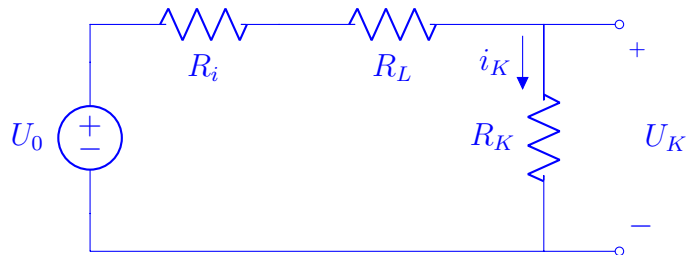
$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_K}{P_{ges}} = \frac{R_K \cdot I_K^2}{(R_i + R_L + R_K) \cdot I_K^2} = \frac{R_K}{R_{ges}} \\ &= \frac{312.5 \Omega}{363.5 \Omega} \approx 0.86 \end{aligned}$$

Der Wirkungsgrad  $\eta$  ist unabhängig von  $U_0$ . Der Wirkungsgrad  $\eta$  beträgt 86%.

**Exercise 2: Energy and Power**

**(15 Points)**

A power plant is supposed to deliver a power  $P_K$  to a customer. The inner resistance of the plant is  $R_i$  and the overhead power line has a resistance  $R_L$ .



$$\begin{aligned}
 P_K &= 2 \text{ MW} \\
 R_i &= 50 \ \Omega \\
 L &= 20 \text{ km} \\
 r_L &= 5 \cdot 10^{-5} \frac{\Omega}{\text{m}}
 \end{aligned}$$

1. The voltage at the customer shall be  $U_K = 25 \text{ kV}$ . **(5 Points)**  
 What supply voltage of the power plant  $U_0$  is needed ?

2. What is the efficiency factor  $\eta$  for  $U_0 = 150 \text{ kV}$  ? **(5 Points)**



3. Wie groß muss die Spannung an  $R_K$  sein, damit  $\eta = 0.99$  ? (5 Punkte)

$$\eta = \frac{P_K}{P_{ges}} = \frac{U_K \cdot I_K}{(U_i \cdot I_i + U_L \cdot I_L + U_K \cdot I_K)} = \frac{U_K \cdot I}{(U_i \cdot I + U_L \cdot I + U_K \cdot I)} = \frac{U_K}{U_{ges}}$$

$$U_K = 0.99 \cdot U_{ges} = 0.99 \cdot U_0$$

Die Spannung beim Kunden  $U_K$  muss 99% der Einspeisespannung  $U_0$  betragen.

Aufgrund des Tippfehlers in der Aufgabenstellung (*Wie groß muss die Spannung  $R_K$  sein, ...*), ist auch folgende Lösung zulässig:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_K}{P_{ges}} = \frac{R_K \cdot I_K^2}{(R_i + R_L + R_K) \cdot I_K^2} = \frac{R_K}{R_{ges}} \\ &= \frac{R_K}{50 \Omega + 1 \Omega + R_K} = 0.99 \end{aligned}$$

$$R_K = 5.049 \text{ k}\Omega \approx 5 \text{ k}\Omega$$

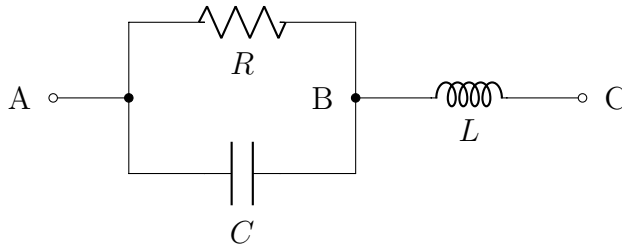
Der Widerstand beim Kunden muss bei sonst gleichen Parametern  $5 \text{ k}\Omega$  betragen.

3. What is the voltage at  $R_K$  so that  $\eta = 0.99$  ?

(5 Points)



**Aufgabe 3: Komplexe Impedanz und Admittanz (15 Punkte)**



$$\begin{aligned} R &= 100\Omega \\ C &= 25\mu F \\ L &= 200\mu H \\ f &= 1kHz \end{aligned}$$

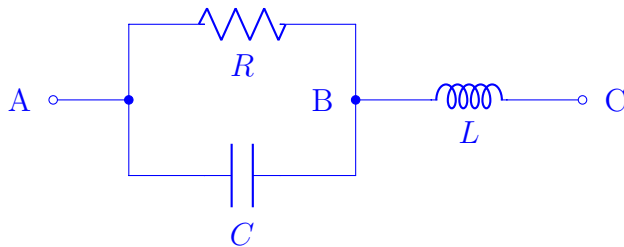
1. Geben Sie die Ersatzimpedanz  $Z_{AB}$  zwischen den Punkten A und B an. Bringen Sie den Ausdruck auf die Form  $Z_{AB} = Re\{Z\} + jIm\{Z\}$ . **(5 Punkte)**

$$\begin{aligned} Z_C &= \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j2\pi \cdot 10^3 Hz \cdot 25\mu F} = -j6.37\Omega \\ Z_{AB} &= \frac{R \cdot Z_C}{R + Z_C} = -\frac{100\Omega \cdot j6.37\Omega}{100\Omega - j6.37\Omega} \\ &= -\frac{100\Omega \cdot j6.37\Omega}{100\Omega - j6.37\Omega} \cdot \frac{100\Omega + j6.37\Omega}{100\Omega + j6.37\Omega} \\ &= \frac{-j637\Omega^2 \cdot (100\Omega + j6.37\Omega)}{(100\Omega)^2 + (6.37\Omega)^2} = \frac{-j63700\Omega^3 + j^2 4057.69\Omega^3}{10040.58\Omega^2} \\ &= \frac{4057.69\Omega^3 - j63700\Omega^3}{10040.58\Omega^2} = (0.40 - j6.34)\Omega \end{aligned}$$

2. Geben Sie die Ersatzadmittanz  $Y_{AC}$  zwischen den Punkten A und C an. Bringen Sie den Ausdruck auf die Form  $Y_{AC} = Re\{Y\} + jIm\{Y\}$ . **(5 Punkte)**

$$\begin{aligned} Z_L &= j\omega L = j2\pi \cdot 10^3 Hz \cdot 200 \cdot 10^{-6} H = j1.26\Omega \\ Y_{AC} &= \frac{1}{Z_{AB} + Z_L} \\ &= \frac{1}{(0.4 - j6.34)\Omega + j1.26\Omega} \\ &= \frac{1}{(0.4 - j5.08)\Omega} \cdot \frac{(0.4 + j5.08)\Omega}{(0.4 + j5.08)\Omega} \\ &= \frac{(0.4 + j5.08)\Omega}{0.4^2 + 5.08^2} = \frac{(0.4 + j5.08)\Omega}{26\Omega^2} = (15.4 + j195) \cdot 10^{-3} S \\ &= (15.4 + j195) mS \end{aligned}$$

**Exercise 3: Complex Impedance and Admittance (15 Points)**



$$R = 100\Omega$$

$$C = 25\mu F$$

$$L = 200\mu H$$

$$f = 1kHz$$

1. Give the complex equivalent impedance  $Z_{AB}$  between the nodes A and B. Give the expression in the form  $Z_{AB} = Re\{Z\} + jIm\{Z\}$ . **(5 Points)**

...

2. Give the complex equivalent admittance  $Y_{AC}$  between the nodes A and C. Give the expression in the form  $Y_{AB} = Re\{Y\} + jIm\{Y\}$ . **(5 Points)**

...

3. Skizzieren Sie den Verlauf der Impedanz (Betrag und Phase) über die (5 Punkte) Frequenz  $f$  für  $1\text{Hz} \leq f \leq 1\text{MHz}$  über Dekaden (Faktor 10) in logarithmischer Skalierung (beide Achsen) für die einzelnen Bauelemente.

The figure displays three screenshots from a circuit simulation software (likely LTSPICE) showing the results of an AC analysis for different circuit components. Each screenshot includes a plot of impedance magnitude and phase, a circuit diagram, and the simulation commands used.

**Top Screenshot (Resistor):**

- Plot: Shows a constant impedance magnitude of approximately 100 Ohms across the frequency range from 1 Hz to 1 MHz. The phase is constant at 0 degrees.
- Circuit: A series circuit with an AC voltage source V1 (AC 1V 0) and a resistor R1 (value {R}).
- Commands:
 

```
.ac dec 10 1Hz 1MegHz
SINE({oset} {amp} {freq} 0s 0 0 3)
.param oset=0V amp=1V freq=1Hz R=100Ohm
CH1
.meas AC Zc PARAM V(CH1)/I(C1)
```

**Middle Screenshot (Capacitor):**

- Plot: Shows an impedance magnitude that decreases linearly from approximately 4000 Ohms at 1 Hz to approximately 0.25 Ohms at 1 MHz. The phase is constant at -90 degrees.
- Circuit: A series circuit with an AC voltage source V1 (AC 1V 0) and a capacitor C1 (value {C}).
- Commands:
 

```
.ac dec 10 1Hz 1MegHz
SINE({oset} {amp} {freq} 0s 0 0 3)
.param oset=0V amp=1V freq=1Hz C=25uF
CH1
.meas AC Zc PARAM V(CH1)/I(C1)
```

**Bottom Screenshot (Inductor):**

- Plot: Shows an impedance magnitude that increases linearly from approximately 0.2 Ohms at 1 Hz to approximately 4000 Ohms at 1 MHz. The phase is constant at +90 degrees.
- Circuit: A series circuit with an AC voltage source V1 (AC 1V 0) and an inductor L1 (value {L}).
- Commands:
 

```
.ac dec 10 1Hz 1MegHz
SINE({oset} {amp} {freq} 0s 0 0 3)
.param oset=0V amp=1V freq=1Hz L=200mH
CH1
.meas AC Zc PARAM V(CH1)/I(C1)
```

Skizze des links dargestellten Verlaufs von Betrag und Phase ist ausreichend!

3. Sketch the curve of the impedance (absolute and phase) over frequency (**5 Points**)  $f$  for  $1Hz \leq f \leq 1MHz$  over decades (factor 10) with logarithmic scale (both axis) for every individual component.

