

---

# Leistungsnachweis

---

Datum: 29.06.2023

Uhrzeit: 11:30 - 13:00 Uhr

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Gesamtpunktzahl: 45 Punkte

Abgabe: eine PDF-Datei mit **handschriftlichen** Lösungen  
Upload auf die dafür vorgesehene Webseite  
bis 15 Minuten nach Ende der Bearbeitungszeit

1. Bearbeiten Sie die Aufgaben handschriftlich auf dem Aufgabenblatt!
2. Falls Sie keine Möglichkeit haben die Klausur auszudrucken, dann lösen Sie die Aufgaben in digitaler Form direkt im PDF, z.B. mit FoxiReader oder Xournal++.
3. Exportieren Sie das Ergebnis in eine (!) PDF-Datei mit maximaler Größe 10MB. Falls mehrere Dateien abgegeben werden, wird nur die zuerst abgegebene Datei gewertet!
4. Lösungen zu einer Aufgabe werden nur innerhalb des zugehörigen Lösungsfeldes gewertet. Falls der Platz nicht ausreicht, so verwenden Sie das Lösungsfeld der englischen Version und machen dies entsprechend kenntlich. Angaben außerhalb der Lösungsfelder werden nicht gewertet!
5. Geben Sie stets den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
6. Als Hilfsmittel sind sämtliche Vorlesungsunterlagen sowie die darin angegebene Literatur zugelassen.
7. **Rechnen Sie alle Rechnungen mit Einheiten!**

## Selbstständigkeitserklärung

### Persönliche Angaben

Name: \_\_\_\_\_  
(Last name)

Vorname: \_\_\_\_\_  
(First name)

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_  
(Student-ID)

Studiengang: \_\_\_\_\_  
(Program)

### Angaben zur Prüfung

Name der Prüfung: \_\_\_\_\_  
(Title of the exam)

Prüfer: \_\_\_\_\_  
(Examiner)

Prüfungsdatum: \_\_\_\_\_  
(Exam date)

Hiermit versichere ich, dass ich die oben bezeichnete Leistung selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe sowie ohne Heranziehung nicht zugelassener Hilfsmittel bearbeitet habe. Mir ist bewusst, dass der Verstoß gegen prüfungsrechtliche Regelungen über die Täuschung bei der Erbringung von Prüfungsleistungen und die Abgabe einer unrichtigen Versicherung geahndet wird.

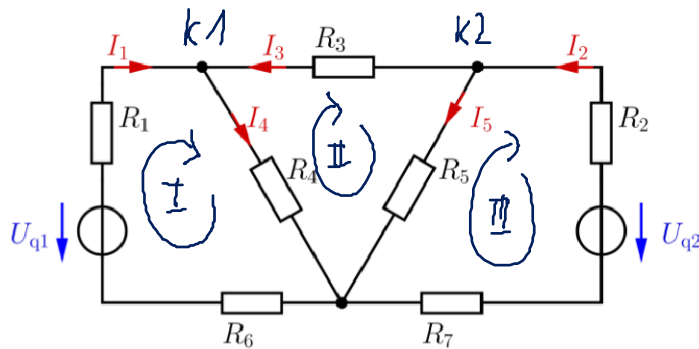
I declare that I have worked on the above-mentioned assessment independently and without unauthorized assistance. I also confirm that I have not used any non-permissible resources. I am aware that the violation of examination regulations on cheating during examinations or a false declaration is punished.

Ort, Datum: \_\_\_\_\_  
(Place, date)

Unterschrift: \_\_\_\_\_  
(Signature)

Aufgabe 1: Netzwerkanalyse

(15 Punkte)



- $R_1 = 50\Omega$
- $R_2 = 50\Omega$
- $R_3 = 100\Omega$
- $R_4 = 100\Omega$
- $R_5 = 100\Omega$
- $R_6 = 200\Omega$
- $R_7 = 300\Omega$

1. Ermitteln Sie alle Ströme und Spannungen mit der Kirchhoff'schen Maschenanalyse für  $U_{q1} = -8V$  und  $U_{q2} = 8V$ . (15 Punkte)

1) Maschengleichungen 3p

I :  $U_{q1} - R_6 \cdot I_1 - R_4 \cdot I_4 - R_1 \cdot I_1 = 0V$

II :  $R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot I_4 - R_5 \cdot I_5 = 0V$

III :  $-U_{q2} + R_2 \cdot I_2 + R_5 \cdot I_5 + R_7 \cdot I_2 = 0V$

2) Knotengleichungen 2p

k1 :  $I_4 = I_1 + I_3$

k2 :  $I_5 = I_2 - I_3$

3) Knoten- in Maschengleichungen einsetzen: 2p

I :  $U_{q1} - R_6 \cdot I_1 - R_4 \cdot (I_1 + I_3) - R_1 \cdot I_1 = 0V$

II :  $R_3 \cdot I_3 + R_4 \cdot (I_1 + I_3) - R_5 \cdot (I_2 - I_3) = 0V$

III :  $-U_{q2} + R_2 \cdot I_2 + R_5 \cdot (I_2 - I_3) + R_7 \cdot I_2 = 0V$

4) Sortieren und einsetzen der Werte 2p

I :  $U_{q1} = (R_1 + R_4 + R_6) \cdot I_1 + R_4 \cdot I_3 = 350\Omega \cdot I_1 + 100\Omega \cdot I_3 = -8V$

II :  $0 = -R_4 \cdot I_1 - R_5 \cdot I_2 - (R_3 + R_4 + R_5) \cdot I_3 = -100\Omega \cdot I_1 + 100\Omega \cdot I_2 - 300\Omega \cdot I_3 = 0V$

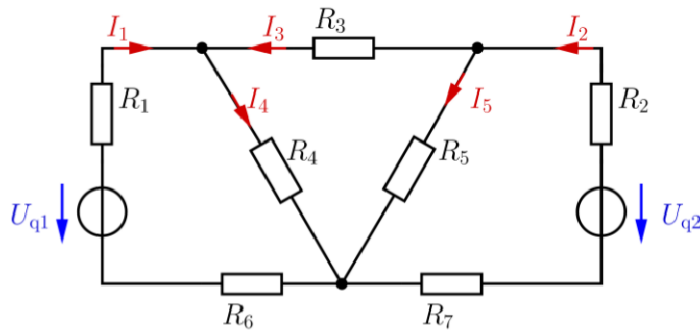
III :  $U_{q2} = (R_2 + R_5 + R_7) \cdot I_2 - R_5 \cdot I_3 = 450\Omega \cdot I_2 - 100\Omega \cdot I_3$

5) LGS aufstellen und lösen 3p

-8	350	0	100	-8	350	0	100	-8	350	0	100
0	-100	100	-300	-8	0	350	-950	-8/3,5	0	100	-950/3,5
8	0	450	-100	8	0	450	-100	-8/4,5	0	-100	100/4,5

Exercise 1: Network Analysis

(15 Points)



- $R_1 = 50\Omega$
- $R_2 = 50\Omega$
- $R_3 = 100\Omega$
- $R_4 = 100\Omega$
- $R_5 = 100\Omega$
- $R_6 = 200\Omega$
- $R_7 = 200\Omega$

1. Determine all currents and voltages with the Kirchhoff mesh analysis for  $U_{q1} = -8V$  and  $U_{q2} = 8V$ .

(15 Points)

Fortsetzung Aufgabenteil 1

$$\begin{array}{l|lll} -8 & 350 & 0 & 100 \\ -8 & 0 & 350 & -950 \\ -8/3,5 - 8/4,5 & 0 & 0 & \frac{100}{4,5} - \frac{950}{3,5} \end{array}$$

$$I_3 = \frac{-8/3,5 - 8/4,5}{\frac{100}{4,5} - \frac{950}{3,5}} = \underline{\underline{0,01631 \text{ A}}}$$

$$I_2 = I_7 = \frac{-8 - 950 \cdot 0,01631}{350} = \underline{\underline{21,40 \text{ mA}}}$$

1P

$$I_1 = I_6 = \frac{-8 - 100 \cdot 0,01631}{350} = \underline{\underline{-27,52 \text{ mA}}}$$

Knotengleichungen:

$$I_4 = I_1 + I_3 = \underline{\underline{11,21 \text{ mA}}}$$

$$I_5 = I_2 - I_3 = \underline{\underline{5,09 \text{ mA}}}$$

1P

$$U_3 = R_3 \cdot I_3 = 100 \Omega \cdot 0,01631 \text{ A} = 1,631 \text{ V}$$

$$U_2 = R_2 \cdot I_2 = 1,07 \text{ V} \quad U_5 = 0,509 \text{ V}$$

$$U_7 = R_7 \cdot I_7 = 6,42 \text{ V}$$

$$U_1 = R_1 \cdot I_1 = -1,376 \text{ V}$$

$$U_4 = R_4 \cdot I_4 = 1,121 \text{ V}$$

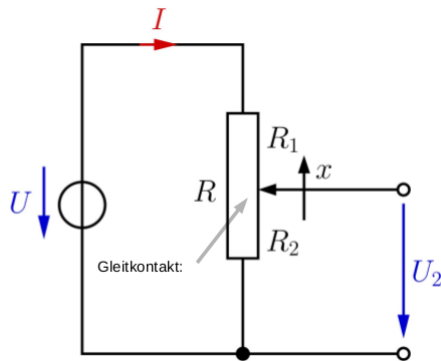
$$U_6 = R_6 \cdot I_6 = -5,504 \text{ V}$$

1P

part 1 continued



**Aufgabe 2: Strom, Spannung, Widerstand und Leitwert (15 Punkte)**



$$x \in \mathbb{R}, 0 < x < 1$$

1. Geben Sie die Spannung  $U_2$  als Funktion von  $x$  an. (2 Punkte)  
Zeigen Sie alle Rechenschritte. (6 Punkte)

$R_1 = R \cdot (1-x)$   
 $R_2 = R \cdot x$  2p

Spannungsteilerregel:

$$U_2(x) = \frac{R \cdot x}{R \cdot x + (1-x) \cdot R} \cdot U$$
 2p

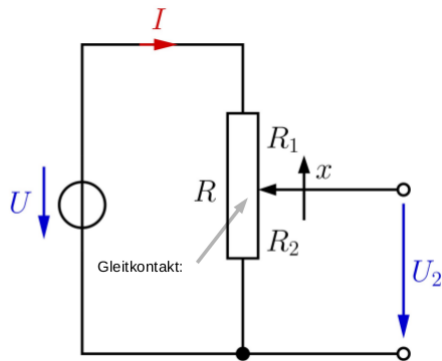
vereinfachen:

$$= \frac{R \cdot x}{R \cdot (1-x+x)} \cdot U = \frac{R \cdot x}{R} \cdot U = x \cdot R$$
 2p

Ergebnis:

$$U_2(x) = x \cdot U$$
 2p

Exercise 2: Current, Voltage, Resistance and Conductance (15 Points)



$$x \in \mathbb{R}, 0 < x < 1$$

1. Give the voltage  $U_2$  as a function of  $x$ .  
Show all steps of calculation.

(2 Points)

(6 Points)



2. Geben Sie den differentiellen Widerstand  $r(I)$  für folgende Kennlinie (5 Punkte)  
 $U(I)$  einer Diode als Funktion des Stroms  $I$  an.

$$I(U) = - \left( 1 - e^{\frac{U}{U_T}} \right) \cdot I_S$$

Umkehrfunktion:

$$i(u) = -I_S \cdot \left( 1 - e^{\frac{u}{U_T}} \right) = I_S \left( e^{\frac{u}{U_T}} - 1 \right)$$

$$\frac{i(u)}{I_S} = e^{\frac{u}{U_T}} - 1 \quad | +1$$

$$1 + \frac{i(u)}{I_S} = e^{\frac{u}{U_T}} \quad | \ln$$

$$\ln \left( 1 + \frac{i}{I_S} \right) = \frac{u}{U_T} \quad | \cdot U_T$$

$$\boxed{U_T \cdot \ln \left( 1 + \frac{i}{I_S} \right) = u(i)} \quad 2,5 \text{ p}$$

Umkehrfunktion ableiten:

$$r(i) = \frac{d}{dt} u(i) = U_T \cdot \frac{\frac{1}{I_S}}{\frac{1}{I_S} + 1} = \frac{U_T}{1 + I_S}$$

Ergebnis:

$$\boxed{r(i) = \frac{U_T}{1 + I_S}}$$

differentieller Widerstand

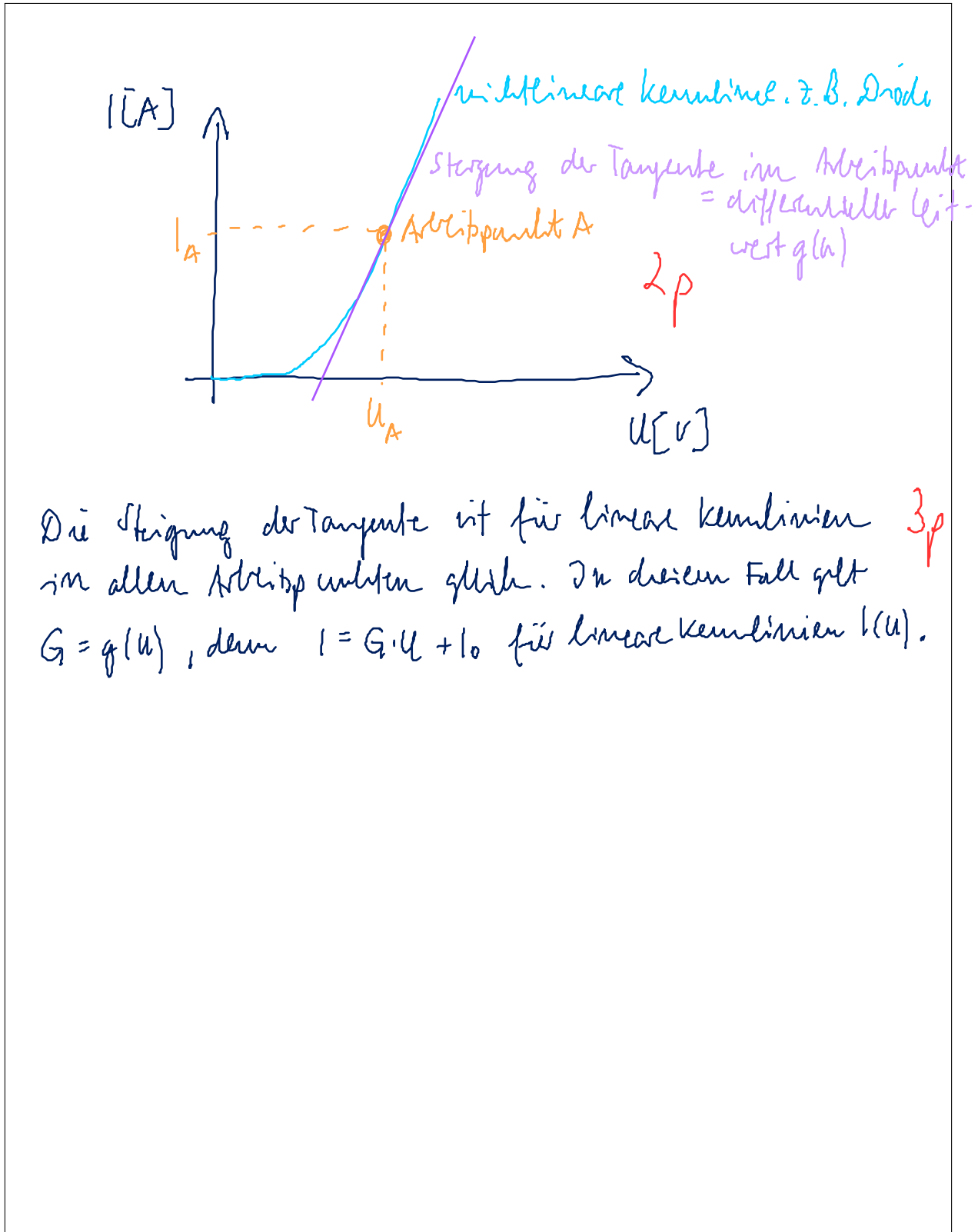
2,5 p

2. Give the differential resistance  $r(I)$  for the following characteristic line  $I(U)$  of a diode as a function of the current  $I$ . (5 Punkte)

$$I(U) = - \left( 1 - e^{\frac{U}{U_T}} \right) \cdot I_S$$



3. Wann sind der differentielle Leitwert  $g(U)$  und der ohm'sche Leitwert  $G$  gleich? Erläutern Sie mit Kennlinien. (5 Punkte)

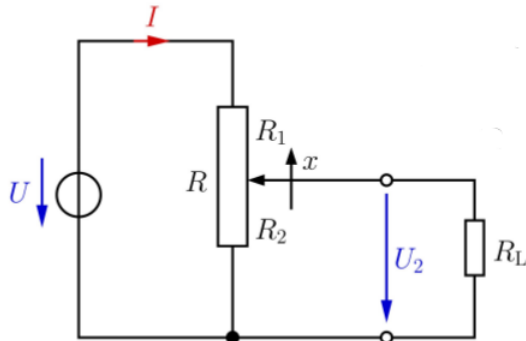


3. What is the condition for a differential conductance  $g(I)$  to be equal (5 Points) to the ohmic conductance  $G$  ? Explain by characteristic lines.



Aufgabe 3: Energie und Leistung

(15 Punkte)



$$x \in \mathbb{R}, 0 < x < 1$$

1. Berechnen Sie die Schleiferposition  $x$ , sodaß die Leistung an  $R_L$  maximal ist für  $R = R_L$ ? (Hinweis: Leistungsanpassung) (10 Punkte)

Für den leistungsangepassten Fall gilt

$$R_1 \stackrel{!}{=} R_2 \parallel R_L$$

mit  $R_1 = (1-x) \cdot R$  und  $R_2 = x \cdot R$  folgt

$$(1-x) \cdot R \stackrel{!}{=} \frac{x \cdot R \cdot R_L}{x \cdot R + R_L}$$

mit  $R = R_L$  folgt:

$$(1-x) \cdot R = \frac{x \cdot R^2}{(1+x) \cdot R} \quad 2P \text{ nach } x \text{ auflösen}$$

$$R^2 \cdot (1-x) \cdot (1+x) = x \cdot R^2$$

$$R^2 \cdot (1-x^2) = x \cdot R^2$$

$$R^2 - R^2 x^2 = x \cdot R^2$$

$$-R^2 x^2 - R^2 x + R^2 = 0$$

$$-x^2 - x + 1 = 0$$

$$x^2 + x - 1 = 0 \quad 2P$$

$$x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 + 4}}{2}$$

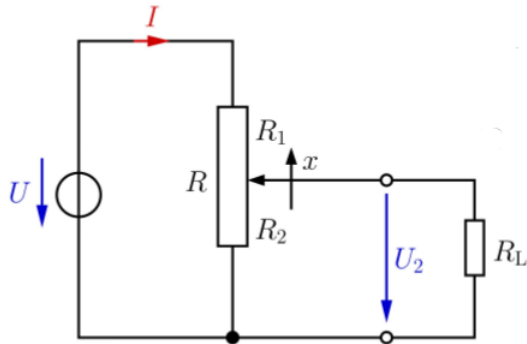
$$= \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad 2P$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (-1 \pm \sqrt{5})$$

$x_1 = 0,62$  ( $x_2 = -1,62$ ) 2P

Exercise 3: Energy and Power

(15 Points)



$$x \in \mathbb{R}, 0 < x < 1$$

1. Calculate the position  $x$  so that the power at  $R_L$  is at its maximum for  $R = R_L$ . (Hint: Impedance Matching)

(10 Punkte)

2. Wie groß ist der Wirkungsgrad  $\eta$  an  $R_L$  für  $x = 0.25$ ? falls  $R = 1k\Omega$  und  $R_L = 250\Omega$  (5 Punkte)

falls  $x = 0,25$  gilt  $R_1 = 0,75 \cdot R = 750\Omega$   $R_2 = 0,25 \cdot R = 250\Omega$

0,5p

Wirkungsgrad  $\eta$ :

$$\eta = \frac{P_L}{P_{qts}} = \frac{U_L \cdot I_L}{U_q \cdot I_{qts}} = \frac{U_L^2 / R_L}{U_q^2 / R_{qts}}$$

1p

$R_{qts}$  berechnen:

$$R_{qts} = R_1 + R_2 \parallel R_L = 750\Omega + \frac{250\Omega \cdot 250\Omega}{250\Omega + 250\Omega} = 875\Omega$$

1p

$$U_L = U_q \cdot \frac{R_2 \parallel R_L}{R_1 + R_2 \parallel R_L} = \frac{125\Omega}{875\Omega} \cdot U_q = 0,143 \cdot U_q$$

0,5p

$$P_L = \frac{0,143^2 \cdot U_q^2}{R_L} = 0,020 \cdot \frac{U_q^2}{R_L} = 0,0004 \cdot U_q^2$$

0,5p

$$P_{qts} = \frac{U_q^2}{R_{qts}} = \frac{U_q^2}{875\Omega} = 0,001142 \cdot U_q^2$$

0,5p

$$\eta = \frac{P_L}{P_{qts}} = \frac{0,0004}{0,001142} = 0,35 \approx 35\%$$

1p

2. What is the efficiency factor  $\eta$  at  $R_L$  for  $x = 0.25$ ?

(5 Punkte)

