

---

# Leistungsnachweis

---

Datum: 29.06.2023

Uhrzeit: 11:30 - 13:00 Uhr

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Gesamtpunktzahl: 45 Punkte

Abgabe: eine PDF-Datei mit **handschriftlichen** Lösungen  
Upload auf die dafür vorgesehene Webseite  
bis 15 Minuten nach Ende der Bearbeitungszeit

1. Bearbeiten Sie die Aufgaben handschriftlich auf dem Aufgabenblatt!
2. Falls Sie keine Möglichkeit haben die Klausur auszudrucken, dann lösen Sie die Aufgaben in digitaler Form direkt im PDF, z.B. mit FoxiReader oder Xournal++.
3. Exportieren Sie das Ergebnis in eine (!) PDF-Datei mit maximaler Größe 10MB. Falls mehrere Dateien abgegeben werden, wird nur die zuerst abgegebene Datei gewertet!
4. Lösungen zu einer Aufgabe werden nur innerhalb des zugehörigen Lösungsfeldes gewertet. Falls der Platz nicht ausreicht, so verwenden Sie das Lösungsfeld der englischen Version und machen dies entsprechend kenntlich. Angaben außerhalb der Lösungsfelder werden nicht gewertet!
5. Geben Sie stets den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
6. Als Hilfsmittel sind sämtliche Vorlesungsunterlagen sowie die darin angegebene Literatur zugelassen.
7. **Rechnen Sie alle Rechnungen mit Einheiten!**

## Selbstständigkeitserklärung

### Persönliche Angaben

Name: \_\_\_\_\_  
(Last name)

Vorname: \_\_\_\_\_  
(First name)

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_  
(Student-ID)

Studiengang: \_\_\_\_\_  
(Program)

### Angaben zur Prüfung

Name der Prüfung: \_\_\_\_\_  
(Title of the exam)

Prüfer: \_\_\_\_\_  
(Examiner)

Prüfungsdatum: \_\_\_\_\_  
(Exam date)

Hiermit versichere ich, dass ich die oben bezeichnete Leistung selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe sowie ohne Heranziehung nicht zugelassener Hilfsmittel bearbeitet habe. Mir ist bewusst, dass der Verstoß gegen prüfungsrechtliche Regelungen über die Täuschung bei der Erbringung von Prüfungsleistungen und die Abgabe einer unrichtigen Versicherung geahndet wird.

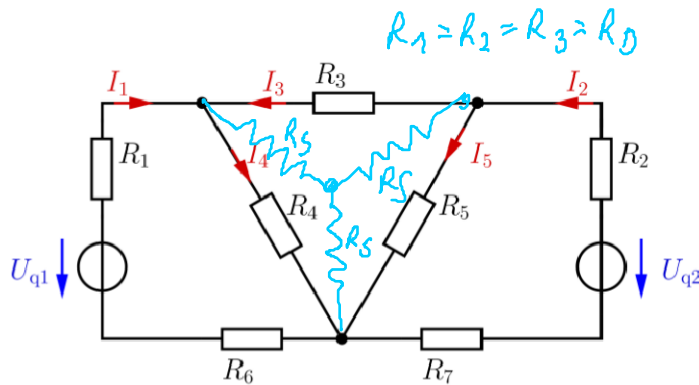
I declare that I have worked on the above-mentioned assessment independently and without unauthorized assistance. I also confirm that I have not used any non-permissible resources. I am aware that the violation of examination regulations on cheating during examinations or a false declaration is punished.

Ort, Datum: \_\_\_\_\_  
(Place, date)

Unterschrift: \_\_\_\_\_  
(Signature)

Aufgabe 1: Netzwerkanalyse

(15 Punkte)



- $R_1 = 50\Omega$
- $R_2 = 50\Omega$
- $R_3 = 100\Omega$
- $R_4 = 100\Omega$
- $R_5 = 100\Omega$
- $R_6 = 200\Omega$
- $R_7 = 300\Omega$

1. Berechnen Sie den Strom durch  $R_3$  mit dem Überlagerungsverfahren für  $U_{q1} = U_{q2} = 12V$ .

(15 Punkte)

Dreieck nach Yern-Umwandlung:

2p

Da  $R_3 = R_4 = R_5$  gilt  $R_S = \frac{1}{3} R_D = \frac{1}{3} \cdot 100\Omega \approx 33,33\Omega$

$U_{q1}$  stilllegen:

3p

$$R_{q2} = [(R_1 + R_6 + R_S) \parallel R_S] + R_S + R_2 + R_7 = (283\Omega \parallel 33\Omega) + 383\Omega \approx 412\Omega$$

$$I_{q2} = \frac{U_{q2}}{R_{q2}} = \frac{12V}{412\Omega} \approx 29\text{ mA}$$

Spannteiler f. unteren Widerstand der Sternschaltung

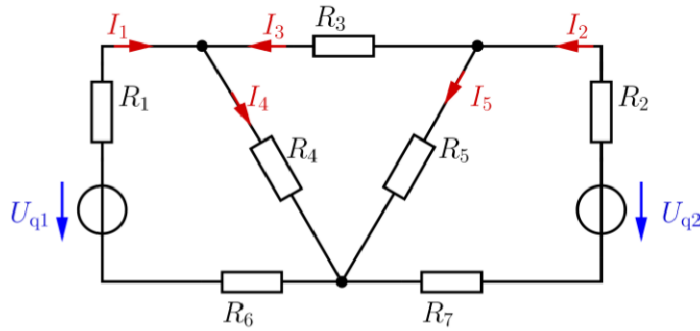
3p

$$I_S' = \frac{\frac{1}{R_S}}{\frac{1}{R_S} + \frac{1}{(R_1 + R_6 + R_S)}} \cdot I_{q2} = \frac{0,03S}{0,03S + 0,0035S} \cdot 29\text{ mA} \approx$$

$I_S' \approx 26\text{ mA}$

Exercise 3: Network Analysis

(15 Points)



- $R_1 = 50\Omega$
- $R_2 = 50\Omega$
- $R_3 = 100\Omega$
- $R_4 = 100\Omega$
- $R_5 = 100\Omega$
- $R_6 = 200\Omega$
- $R_7 = 200\Omega$

1. Calculate the current through  $R_3$  by using the superposition theorem with  $U_{q1} = U_{q2} = 12V$ .

(15 Points)

Fortsetzung Teil 1

$U_{q2}$  stilllegen:

$$R_{q2} = (R_1 + R_6 + R_5) + [R_5 \parallel (R_2 + R_7 + R_5)] = 283\Omega + 33\Omega \parallel 383\Omega$$

$$= 313,38\Omega$$

$$I_{q2}'' = \frac{U_{q2}}{R_{q2}} = \frac{12V}{313\Omega} \approx 38mA$$

2p

Stromteil  $I_5''$  f. unteren Widerstand der Sternschaltung

$$I_5'' = I_{q2}'' \cdot \frac{\frac{1}{R_5}}{\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_2 + R_7 + R_5}} = \frac{0,03S}{0,03S + 0,0026S} \cdot 38mA$$

$$\approx \underline{\underline{35mA}}$$

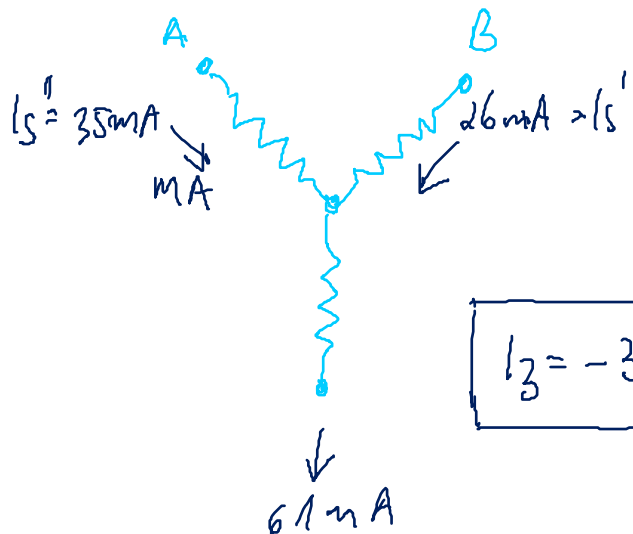
2p

Gesamtstrom durch unteren Widerstand der Sternschaltung

$$I_5 = I_5' + I_5'' = 26mA + 35mA = 61mA$$

1p

Strom durch  $R_3$  ermitteln:



$$I_3 = \frac{U_B - U_A}{R_3}$$

$$= \frac{R_5 \cdot I_5' - R_5 \cdot I_5''}{R_3}$$

$$= \frac{R_5}{R_3} \cdot (I_5' - I_5'')$$

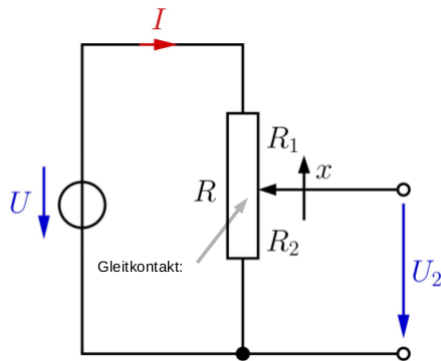
$$= \frac{33,33\Omega}{100\Omega} \cdot (26mA - 35mA)$$

2p

part 1 continued



**Aufgabe 2: Strom, Spannung, Widerstand und Leitwert (15 Punkte)**



$$x \in \mathbb{R}, 0 < x < 1$$

1. Geben Sie die Spannung  $U_2$  als Funktion von  $x$  an. (2 Punkte)  
Zeigen Sie alle Rechenschritte. (6 Punkte)

$$R_1 = (1-x) \cdot R \quad 2p$$

$$R_2 = x \cdot R$$

Spannungsteilerregel:

$$U_2(x) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U \quad 2p$$

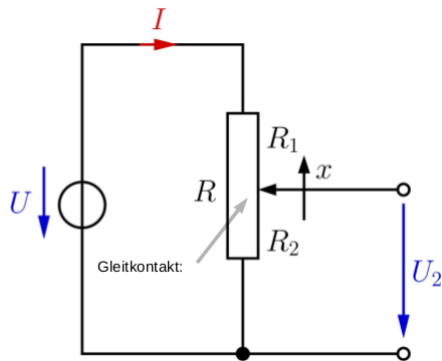
vereinfachen:

$$= \frac{x \cdot R}{R \cdot (1-x+x)} \cdot U = \frac{x \cdot R}{R} \cdot U = x \cdot U \quad 2p$$

Ergebnis:

$$U_2(x) = x \cdot U \quad 2p$$

Exercise 1: Current, Voltage, Resistance and Conductance (15 Points)



$$x \in \mathbb{R}, 0 < x < 1$$

1. Give the voltage  $U_2$  as a function of  $x$ .  
Show all steps of calculation.

(2 Points)

(6 Points)



2. Berechnen Sie den differentiellen Leitwert  $g(U)$  für folgende Kennlinie (5 Punkte)  
 $U(I)$  einer Diode als Funktion der Spannung  $U$  an.

$$U(I) = U_T \cdot \ln\left(2 \cdot \frac{I}{I_S} + 1\right)$$

Umkehrfunktion  $I(U)$ :

$$U(I) = \ln\left(2 \cdot \frac{I}{I_S} + 1\right) \cdot U_T \quad | \cdot e$$

$$e^{\frac{U}{U_T}} = e^{\ln\left(2 \cdot \frac{I}{I_S} + 1\right)}$$

$$e^{\frac{U}{U_T}} = 2 \cdot \frac{I}{I_S} + 1$$

$$\boxed{\frac{1}{2} \left( e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) \cdot I_S = I(U)} \quad 2,5 \text{ p}$$

Umkehrfunktion  $I(U)$  nach  $U$  ableiten:

$$g(U) = \frac{d}{dU} I(U) = \frac{d}{dU} \left[ \frac{I_S}{2} \cdot \left( e^{\frac{U}{U_T}} - 1 \right) \right]$$

$$= \frac{I_S}{2} \cdot \frac{1}{U_T} \cdot e^{\frac{U}{U_T}}$$

$$\boxed{g(U) = 0,5 \cdot \frac{I_S}{U_T} \cdot e^{\frac{U}{U_T}}} \quad 2,5 \text{ p}$$

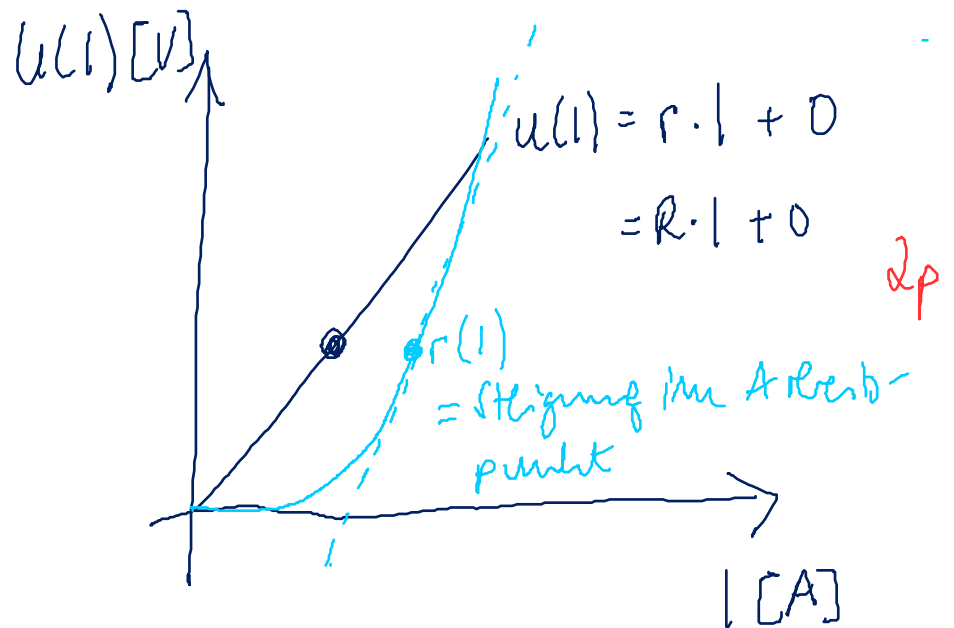
2. Calculate the differential conductance  $g(U)$  for the following characteristic line  $U(I)$  of a diode. (5 Points)

$$U(I) = U_T \cdot \ln \left( 2 \cdot \frac{I}{I_S} + 1 \right)$$



3. Wann sind der differentielle Widerstand  $r(I)$  und der ohm'sche Widerstand  $R$  gleich? Erläutern Sie mit Kennlinien. (5 Punkte)

$r(I)$  entspricht einem konstanten Widerstand  $R$ , falls  $u(I)$  eine lineare Funktion ist. 2p



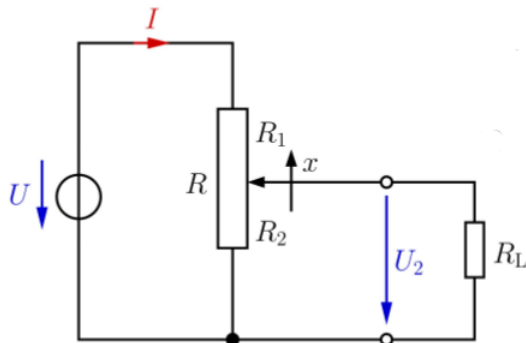
Wie gezeigt, variiert der differentielle Widerstand bei nichtlinearen Kennlinien. 1p

3. What is the condition for a differential resistance  $r(I)$  to be equal to the ohmic resistance  $R$  ? Explain by characteristic lines. (5 Points)



Aufgabe 3: Energie und Leistung

(15 Punkte)



$$x \in \mathbb{R}, 0 < x < 1$$

1. Berechnen Sie die Schleiferposition  $x$ , sodaß die Leistung an  $R_L$  maximal ist für  $R = R_L$ ? (Hinweis: Leistungsanpassung) (10 Punkte)

Im leistungsangepassten Fall gilt:

$$R_1 = R_2 \parallel R_L \quad 1p$$

Mit  $R_1 = (1-x) \cdot R$  und  $R_2 = x \cdot R$  gilt  $1p$

$$(1-x) \cdot R = \frac{x \cdot R \cdot R_L}{x \cdot R + R_L} \quad (R = R_L) \quad \frac{x \cdot R^2}{x \cdot R + R} \quad 2p$$

Nach  $x$  auflösen:

$$(1-x) \cdot R = \frac{x \cdot R^2}{(1+x) \cdot R}$$

$$\boxed{x^2 + x - 1 = 0} \quad 2p$$

$$R^2 \cdot (1-x) \cdot (1+x) = x \cdot R^2$$

$$1^2 - x^2 = x$$

quadr. Gleichung lösen:

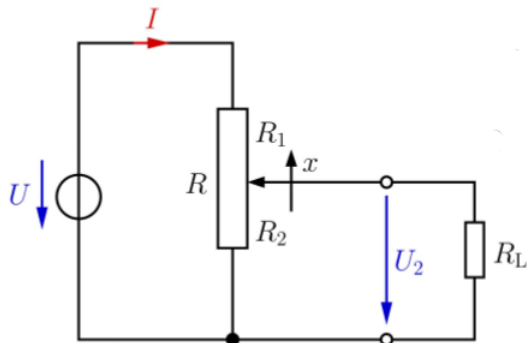
$$\boxed{x_1 = 0,62} \quad 2p$$

$$\boxed{x_2 = -1,62}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1}{2} \cdot (-1 \pm \sqrt{5}) \quad 2p$$

Exercise 3: Energy and Power

(15 Points)



$$x \in \mathbb{R}, 0 < x < 1$$

1. Calculate the position  $x$  so that the power at  $R_L$  is at its maximum for  $R = R_L$ . (Hint: Impedance Matching)

(10 Punkte)

2. Wie groß ist der Wirkungsgrad  $\eta$  am Lastwiderstand  $R_L$  für  $x = 0.5$ ? (5 Punkte)

Falls  $x = 0,5$  gilt

$$R_1 = 500 \Omega \quad 0,5p$$

$$R_2 = 500 \Omega$$

$$\eta = \frac{P_L}{P_g} = \frac{U_L \cdot I_L}{U_g \cdot I_g} = \frac{U_L^2 / R_L}{U_g^2 / R_g} \quad 1p$$

$$R_g = R_1 + R_2 \parallel R_L = 500 \Omega + 166,67 \Omega = 666,67 \Omega \quad 1p$$

$$U_L = U_g \cdot \frac{R_2 \parallel R_L}{R_1 + R_2 \parallel R_L} = \frac{166,67 \Omega}{666,67 \Omega} \cdot U_g = \frac{1}{4} \cdot U_g \quad 0,5p$$

$$P_L = \frac{(0,25 \cdot U_g)^2}{R_L} = 0,0005 \cdot U_g^2 \quad 0,5p$$

$$P_g = \frac{U_g^2}{R_g} = 0,0015 \cdot U_g^2 \quad 0,5p$$

$$\eta = \frac{0,0005}{0,0015} = \boxed{\frac{1}{3} \approx 33\%} \quad 1p$$

2. What is the efficiency factor  $\eta$  at  $R_L$  for  $x = 0.5$ ?

(5 Punkte)

