

---

# Leistungsnachweis 2/2

---

Datum: 10.05.2022

Uhrzeit: 14:00 - 15:30 Uhr

Bearbeitungszeit: 60 Minuten

Gesamtpunktzahl: 45 Punkte

Abgabe: eine PDF-Datei mit handschriftlichen Lösungen  
in die MOODLE Datenbank des Kurses  
bis 15 Minuten nach Ende der Bearbeitungszeit

1. Bearbeiten Sie die Aufgaben handschriftlich auf dem Aufgabenblatt! Alle Aufgaben sind grundsätzlich rechnerisch oder wie sonst angegeben zu lösen.
2. Falls Sie keine Möglichkeit haben die Klausur auszudrucken, dann lösen Sie die Aufgaben in digitaler Form direkt im PDF, z.B. mit FoxiReader.
3. Exportieren Sie das Ergebnis in eine (!) PDF-Datei mit maximaler Größe 10MB. Falls mehrere Dateien abgegeben werden, wird nur die zuerst abgegebene Datei gewertet!
4. Lösungen zu einer Aufgabe werden nur innerhalb des zugehörigen Lösungsfeldes gewertet. Falls der Platz nicht ausreicht, so verwenden Sie das Lösungsfeld der englischen Version und machen dies entsprechend kenntlich. Angaben außerhalb der Lösungsfelder werden nicht gewertet!
5. Geben Sie in jeder Rechnung und zu jedem (Teil-)Ergebnis die Einheiten an!
6. Geben Sie stets den Rechenweg (mit Einheiten!) klar strukturiert und leserlich an!
7. Als Hilfsmittel sind sämtliche Vorlesungsunterlagen sowie die darin angegebene Literatur zugelassen.

## Selbstständigkeitserklärung

### Persönliche Angaben

Name: \_\_\_\_\_  
(Last name)

Vorname: \_\_\_\_\_  
(First name)

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_  
(Student-ID)

Studiengang: \_\_\_\_\_  
(Program)

### Angaben zur Prüfung

Name der Prüfung: \_\_\_\_\_  
(Title of the exam)

Prüfer: \_\_\_\_\_  
(Examiner)

Prüfungsdatum: \_\_\_\_\_  
(Exam date)

Hiermit versichere ich, dass ich die oben bezeichnete Leistung selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe sowie ohne Heranziehung nicht zugelassener Hilfsmittel bearbeitet habe. Mir ist bewusst, dass der Verstoß gegen prüfungsrechtliche Regelungen über die Täuschung bei der Erbringung von Prüfungsleistungen und die Abgabe einer unrichtigen Versicherung geahndet wird.

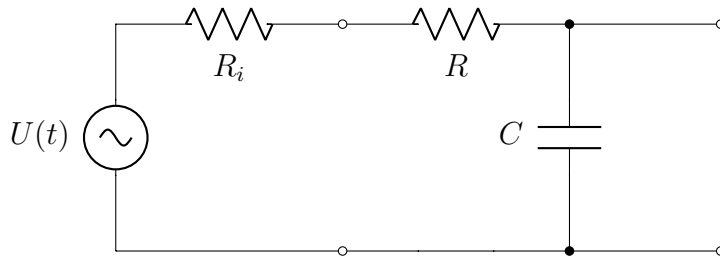
I declare that I have worked on the above-mentioned assessment independently and without unauthorized assistance. I also confirm that I have not used any non-permissible resources. I am aware that the violation of examination regulations on cheating during examinations or a false declaration is punished.

Ort, Datum: \_\_\_\_\_  
(Place, date)

Unterschrift: \_\_\_\_\_  
(Signature)

**Aufgabe 1: Tiefpassfilter 1. Ordnung**

**(15 Punkte)**



$$\begin{aligned}
 U_0 &= 12 \text{ V} \\
 f &= 10 \text{ kHz} \\
 R_i &= 50 \Omega \\
 R &= 5 \text{ k}\Omega \\
 C &= 200 \text{ nF}
 \end{aligned}$$

1. Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion  $H(j\omega)$  des Tiefpassfilters. **(5 Punkte)**  
als Funktion der Frequenz.

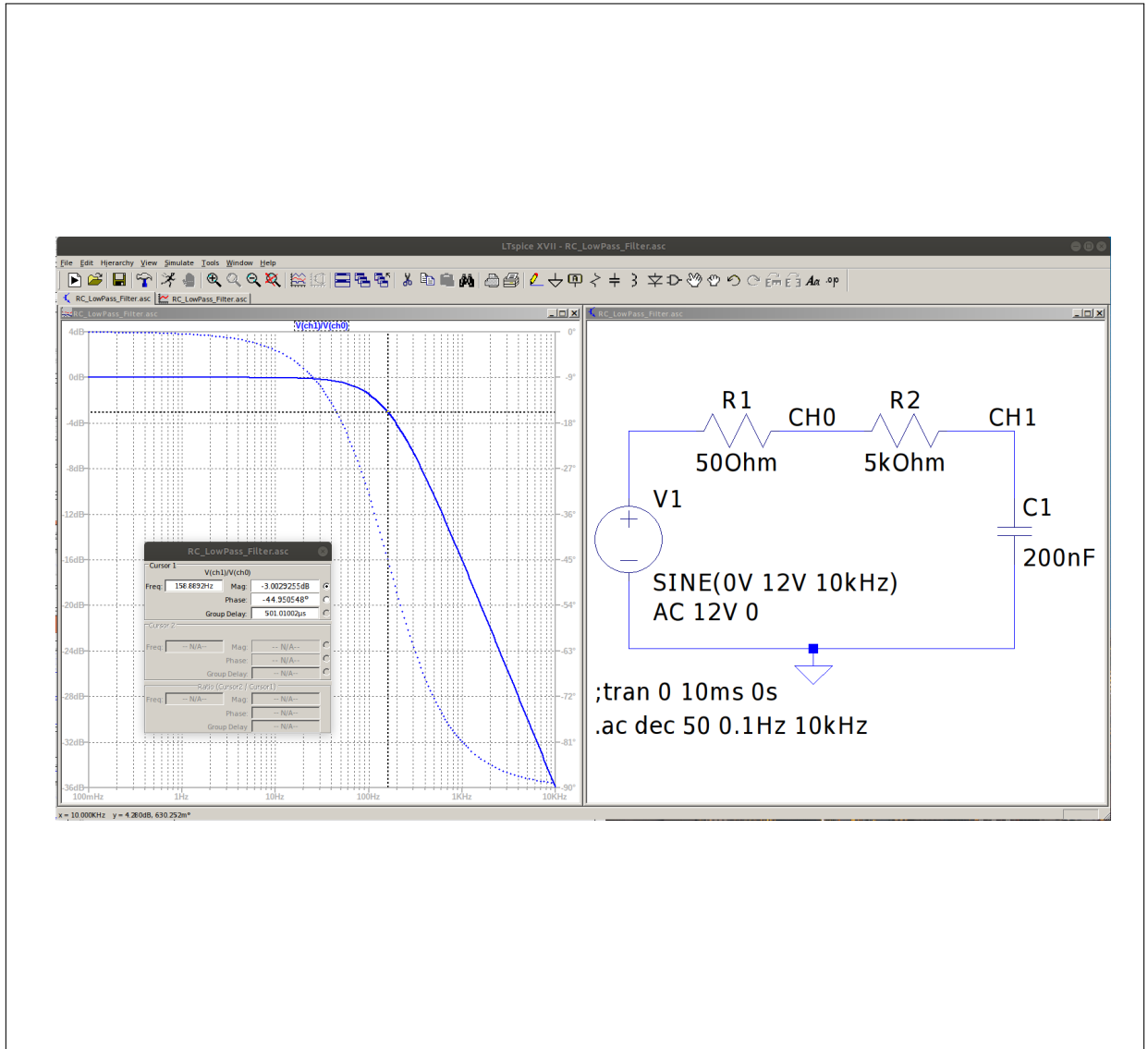
$$\begin{aligned}
 H(j\omega) &= \frac{U_{aus}}{U_{ein}} = \frac{Z_C}{R + Z_C} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \\
 &= \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_g}} = \frac{1}{1 + j \cdot 0.001 \cdot \omega} \\
 \omega_g &= 1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

2. Bestimmen Sie die -3dB-Grenzfrequenz des Tiefpassfilters.

**(4 Punkte)**

$$\begin{aligned}
 |H(j\omega)| &= \left| \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \right| = \frac{\sqrt{1^2 + \left(-\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}}{1^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\
 \Leftrightarrow \quad \omega &= \omega_g \\
 \Leftrightarrow \quad f_g &= \frac{\omega_g}{2\pi} \approx 159.15 \text{ Hz}
 \end{aligned}$$

3. Zeichnen Sie den Frequenzgang des Tiefpassfilters (Bode-Diagramm). (4 Punkte)



4. Bestimmen Sie den Wirkleistungsfaktor der gezeigten Schaltung. (2 Punkte)

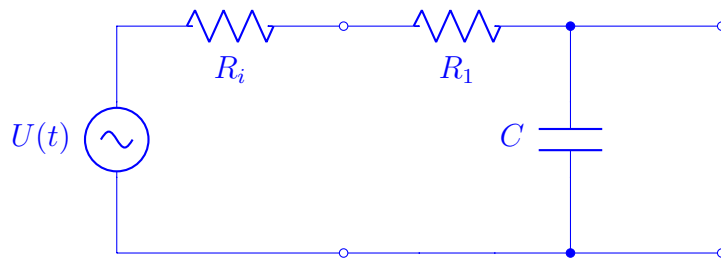
$$I = \frac{U}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{U}{R - \frac{j}{\omega C}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \cdot e^{j \operatorname{atan}\left(-\frac{\omega C}{R}\right)}$$

$$\phi = \operatorname{atan}\left(-\frac{\omega C}{R}\right) = \operatorname{atan}\left(-\frac{79.6\Omega}{5.05k\Omega}\right) = -0.9^\circ$$

$$\cos -0.9 \approx 1 = \text{Wirkleistungsfaktor}$$

**Exercise 1: First Order Low-Pass Filter**

**(15 Points)**



$$\begin{aligned}
 U_0 &= 12 \text{ V} \\
 f &= 10 \text{ kHz} \\
 R_i &= 50 \Omega \\
 R_1 &= 5 \text{ k}\Omega \\
 C &= 22 \text{ nF}
 \end{aligned}$$


1. Give the transfer function  $H(j\omega)$  for the low-pass filter as a function of frequency.

**(5 Points)**

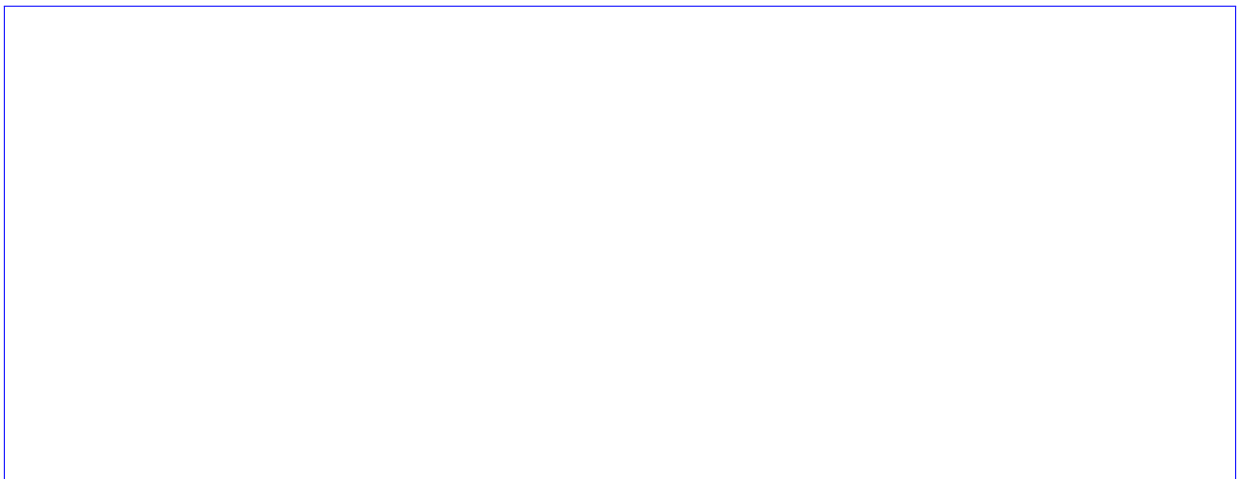
2. Determine the -3dB-frequency of the low-pass filter.

**(4 Points)**

3. Draw the frequency response of the low-pass filter (Bode plot). (4 Points)

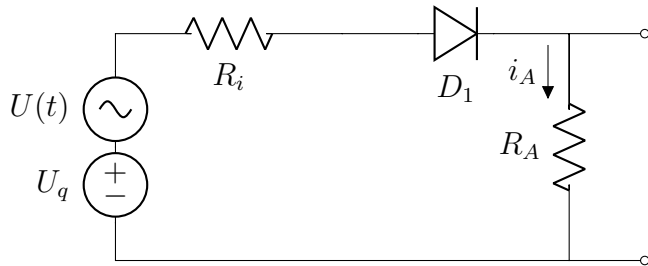


4. Calculate the power factor of the shown circuit. (2 Points)



**Aufgabe 2: Leistungsanpassung**

**(15 Punkte)**



$$\begin{aligned}
 U_q &= \pm 2V \\
 U_0 &= 250 \text{ mV} \\
 R_i &= 50\Omega \\
 U_D &= 0.6V \\
 r_D &= 3\Omega \\
 R_A &= 80\Omega
 \end{aligned}$$

1. Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Leistung an einem Lastwiderstand und dem Innenwiderstand einer Quelle? **(3 Punkte)**

Die Leistung am Verbraucher wird maximal, wenn der Innenwiderstand der Quelle gleich dem Lastwiderstand (Verbraucher) ist. Befindet sich zwischen dem Innenwiderstand und Lastwiderstand ein weiterer Widerstand, so ist dieser Widerstand zu berücksichtigen und der Quelle zuzurechnen.

2. Fällt am Antennenwiderstand  $R_A$  die maximal mögliche Leistung ab? **(4 Punkte)**  
Wählen Sie einen Vorwiderstand  $R_V$ , damit die Leistung an  $R_A$  maximal wird. (Tipp: Linearisierung + Leistungsanpassung)?

$R_A$  muss gleich  $R_i + r_D$  sein, damit die Leistung an  $R_A$  maximal wird (Leistungsanpassung). Im hier gezeigten Fall wäre ein Vorwiderstand von  $R_V = 80\Omega - 50\Omega - 3\Omega = 27\Omega$  nötig, damit die maximale Leistung an  $R_A = 80\Omega$  abfällt.

3. Berechnen Sie die maximalen und minimalen Spannungen an den Widerständen für a)  $U_q = +2V$  und b)  $U_q = -2V$ . (8 Punkte)

Für  $U_q = -2V$  fließt kein Strom und die gesamte Spannung fällt nach dem Maschengesetz an der Diode ab. Die Spannung an den anderen Bauelementen ist Null.

Für  $U_q = +2V$  fließt ein Strom und die linearisierte Schaltung aus Aufgabenteil 2 kann verwendet werden. Dann gilt:

für die maximale Spannung:

$$U_q + U_0 - U_D = (R_i + R_{D1} + R_A) \cdot I$$

$$I = \frac{U_q + U_0 - U_D}{R_i + r_D + R_A} \approx 12.4mA \approx 12mA$$

$$U_{Ri} = 600mV$$

$$U_{RD} = 36mV$$

$$U_{RA} = 960mV$$

für die minimale Spannung:

$$U_q - U_0 - U_{D1} = (R_i + R_{D1} + R_A) \cdot I$$

$$I = \frac{U_q - U_0 - U_D}{R_i + r_D + R_A} \approx 8.65mA \approx 9mA$$

$$U_{Ri} = 450mV$$

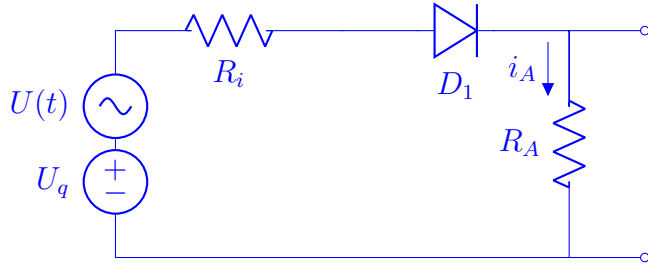
$$U_{RD} = 27mV$$

$$U_{RA} = 720mV$$



Exercise 2: Impedance Matching

(15 Points)



$$\begin{aligned}
 U_q &= \pm 2V \\
 U_0 &= 20 \text{ mV} \\
 R_i &= 50\Omega \\
 U_D &= 0.6V \\
 r_D &= 3\Omega \\
 R_A &= 80\Omega
 \end{aligned}$$

1. How is the power at a load resistance linked to the internal resistance of a linear voltage source?

(3 Points)

2. Is the power at  $R_A$  at its maximum for the shown circuit? Select a resistance  $R_V$  so that the power at  $R_A$  will be maximal. (Hint: linearization + impedance matching)

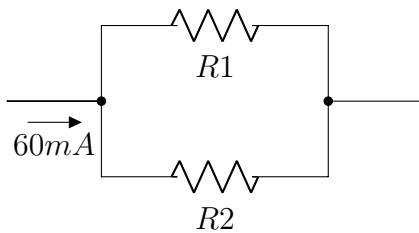
(4 Points)

3. Calculate the maximum and minimum voltages at the components for a)  $U_q = +2V$  and b)  $U_q = -2V$ . (8 Points)

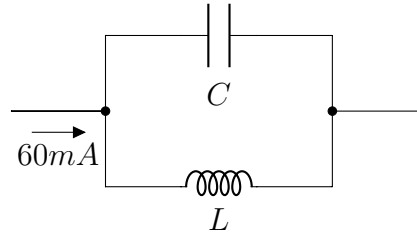
**Aufgabe 3: Ströme und Spannungen**

**(15 Punkte)**

A.



B.



1. Dimensionieren Sie  $R_1$  und  $R_2$  in Schaltung A so, daß sich die Ströme  $I_2 : I_1$  im Verhältnis 2:1 teilen.

**(5 Punkte)**

Es muss gelten

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{\frac{U}{R_2}}{\frac{U}{R_1}} = 2$$

$$\frac{R_1}{R_2} = 2$$

$$R_1 = 2 \cdot R_2$$

Mit  $R_2 = 1\Omega$  folgt  $R_1 = 2\Omega$  und der Strom teilt sich zu  $I_2 : I_1 = 40mA : 20mA$  oder  $I_1 = 20mA$  und  $I_2 = 40mA$ .

2. Dimensionieren Sie  $R_1$  und  $R_2$  in Schaltung A so, daß sich die Ströme  $I_2 : I_1$  im Verhältnis 2:1 teilen und  $R_2$   $200mW$  Leistung führt. (5 Punkte)

Die Rechnung aus Teil 1 ist durch eine weitere Randbedingung zu ergänzen. Die Leistung am Widerstand berechnet sich gemäß dem ohm'schen Leistungsgesetz zu  $P_R = R \cdot I_R^2$ , wobei  $I_R$  der Strom durch den Widerstand  $R$  ist.

Damit am Widerstand  $R_2$  eine Leistung von  $5mW$  auftritt muss gelten

$$200mW = R_2 \cdot (40mA)^2$$

$$R_2 = \frac{200mW}{40^2mA^2}$$

$$R_2 = 125\Omega$$

Daraus folgt, daß  $R_1 = 2 \cdot R_2 = 2 \cdot 125\Omega = 250\Omega$ .

Für  $R_1 = 125\Omega$  und  $R_2 = 250\Omega$  teilt sich der Strom im Verhältnis 2 : 1 und an  $R_2$  fallen  $200mW$  Leistung ab.

3. Wählen Sie für  $L = 10mH$  die Kapazität  $C$  in Schaltung B so, daß sich die Ströme  $I_C : I_L$  bei  $f = 1kHz$  im Verhältnis 1:1 teilen. (5 Punkte)

Es muss gelten

$$\frac{I_C}{I_L} = 1$$

$$X_L = X_C \text{ (Resonanzfall)}$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega^2 LC = 1$$

$$(2\pi \cdot 1 \cdot 10^3 \text{ Hz})^2 LC = 1$$

$$C = \frac{1}{(2\pi \cdot 1 \cdot 10^3 \text{ Hz})^2 \cdot L}$$

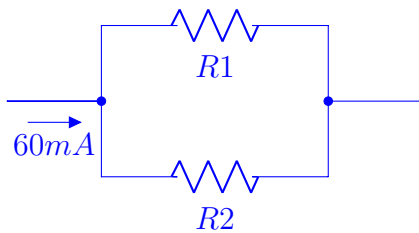
$$C \approx 2.5 \mu F$$

Mit  $L = 10 \text{ mH}$  folgt  $C \approx 2.5 \mu F$  und der Strom teilt sich bei  $f = 1kHz$  zu  $I_C : I_L \approx 30mA : 30mA$  oder  $I_C = 30mA$  und  $I_L = 30mA$ .

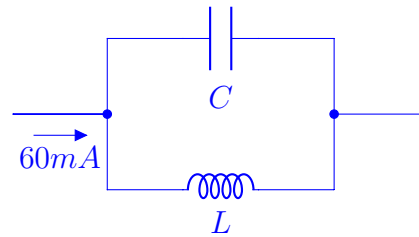
Current and Voltage

(15 Points)

A.



B.



1. Determine  $R1$  and  $R2$  in circuit A so that  $I_2 : I_1$  is at a ratio  $2 : 1$ .

(5 Points)

2. Determine  $R_1$  und  $R_2$  in circuit A so that (5 Points)  
 $I_2 : I_1$  is at a ratio 2 : 1 and the power at  $R_2$  is  $200mW$ .



3. Let  $L = 10mH$  and select  $C$  in circuit B so that (5 Points)  
 $I_C : I_L$  is at a ratio 1:1 for  $f = 1kHz$ .

