
Online-Klausur

Name: Matrikelnummer:

Studiengang: Unterschrift:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Gesamtpunktzahl: 60 Punkte

1. Verwenden Sie einen nicht netzwerkfähigen Taschenrechner!
 2. Ein ein beidseitig handgeschriebenes DIN A 4 Formelblatt ist zulässig!
 3. Verwenden Sie keinen Bleistift oder Rotstift!
 4. Unleserliche Angaben werden nicht gewertet!
 5. Verwenden Sie den Notizbogen für Nebenrechnungen!
 6. Geben Sie den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
 7. Lösungen ohne Angabe des Rechenwegs werden nicht gewertet!
 8. Nur Lösungen in den Lösungsfeldern werden gewertet!
Nutzen Sie ggf. die Lösungsboxen der englischen Version!

Online-Examination

Name: Student number:

Branch of studies: Signature:

Working time: 90 Minutes

Total points: 60 Points

1. Use a pocket calculator without network capabilities!
2. Use a double sided hand-written DIN A 4 formulary!
3. Do not use lead pen or red ink!
4. Unreadable sections are not assessed!
5. Use the additional sheets for side calculatipons!
6. Give your solutions clearly structured and readable!
7. Solutions without calculation path are not assessed!
8. Solutions will be assessed only if given in the text boxes!
Use the text boxes of the german version if required!

Eidesstattliche Versicherung

Persönliche Angaben

Name: _____
(Last name)

Vorname: _____
(First name)

Matrikelnummer: _____
(Student-ID)

Studiengang: _____
(Program)

Angaben zur Prüfung

Name der Prüfung: _____
(Title of the exam)

Prüfer: _____
(Examiner)

Prüfungsdatum: _____
(Exam date)

Sehr geehrte Damen und Herren,

hiermit versichere ich an Eides statt, dass ich die oben bezeichnete Leistung selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe sowie ohne Heranziehung nicht zugelassener Hilfsmittel bearbeitet habe. Mir ist bewusst, dass der Verstoß gegen prüfungsrechtliche Regelungen über die Täuschung bei der Erbringung von Prüfungsleistungen eine Ordnungswidrigkeit darstellt und die Abgabe einer unrichtigen Versicherung an Eides statt als Straftat geahndet wird.

To whom it may concern,

I declare in lieu of an oath that I have worked on the above-mentioned assessment independently and without unauthorized assistance. I also confirm that I have not used any non-permissible resources. I am aware that the violation of examination regulations on cheating during examinations constitutes an administrative offense. I am also aware that making a false declaration in lieu of an oath is punished as a criminal offense.

Ort, Datum: _____
(Place, date)

Unterschrift: _____
(Signature)

Aufgabe 1: Digitale Arithmetik (20 Punkte)

Gegeben seien die Dezimalwerte $\boxed{60,375_{10}}$ und $\boxed{-127_{10}}$. Verwenden Sie für die Aufgaben acht Vor- und acht Nachkommastellen, sofern diese nicht durch das Format vorgegeben sind!

1. Addieren Sie die gegebenen Werte im Zweierkomplement-Kode. (5 Punkte)

Transformation mit dem Taschenrechner!

$$\begin{aligned}
 60,375_{10} &= 00111100,01100000_{ZK} \\
 -127_{10} &= 10000001,00000000_{ZK}
 \end{aligned}$$

Addition:

$$\begin{array}{r}
 00111100,01100000_{ZK} \\
 + 10000001,00000000_{ZK} \\
 \hline
 10111101,01100000_{ZK}
 \end{array}$$

Ergebnis $10111101,01100000_{ZK}$ gültig,
da positive und negative Zahl verrechnet!

2. Addieren Sie die gegebenen Werte im 127-Exzess Code. (5 Punkte)

$$-127_{10} = 00000000,00000000_{127-Exc}$$

Implizite Offset-Kompensation, d.h. ein Wert im Binärcode.
Addition:

$$\begin{array}{r}
 00111100,01100000_2 \\
 + 00000000,00000000_{127-Exc} \\
 \hline
 00111100,01100000_{127-Exc}
 \end{array}$$

Das Ergebnis lautet $00111100,01100000_{127-Exc}$ und ist gültig,
da kein Überlauf entsteht.

Digital Arithmetics

(20 Points)

Given the decimal values $60,375_{10}$ und -127_{10} . Use eight pre-decimal and eight decimal places for the exercises if not already defined by the format.

1. Add the given values with Two's complement code.

(5 Points)

2. Add the given values with 127-Excess code.

(5 Points)

3. Addieren Sie die gegebenen Werte im IEEE-754 Single Precision Format. (10 Punkte)
 Geben Sie jeden Rechenschritt genau an!

Transformation:

$$60,375 = 00111100,0110000_{ZK} = 0\ 10000100\ 111000110000000000000000_{IEEE-SP}$$

$$-127 = 10000001,0000000_{ZK} = 1\ 10000101\ 111111000000000000000000_{IEEE-SP}$$

Addition:

Schritt 1: Delta-Charakteristik berechnen

$$d = 10000100_{127-Exc} - 11000101_{127-Exc} = 00000001_2 = 1_{10}$$

Wähle Exponent 5, damit keine Nachkommastellen verloren gehen (hire nicht relevant).

Schritt 2: Mantissen angleichen

$$+1.111000110000000000000000_2 \cdot 2^5 = +1.111000110000000000000000_2 \cdot 2^5$$

$$-1.111111000000000000000000_2 \cdot 2^6 = -11.1111100000000000000000_2 \cdot 2^5$$

Schritt 3: Mantissen subtrahieren, also negativen Wert addieren!

$$\begin{array}{r}
 001.111000110000000000000000_2 \\
 - 011.111110000000000000000000_2 \\
 \hline
 \end{array}$$

Zweierkomplementdarstellung, da negativer Wert.

$$\begin{array}{r}
 001.111000110000000000000000_{ZK} \\
 + 100.000010000000000000000000_{ZK} \\
 \hline
 101.111010110000000000000000_{ZK}
 \end{array}$$

Ergebnis gültig, da negative und positive ZK-Werte verrechnet! Negativer Wert, daher zurück in die Binärdarstellung.

$$101.111010110000000000000000_{ZK} \cdot 2^5 = -010.000101010000000000000000_2 \cdot 2^5$$

Schritt 4: Vorzeichen bestimmen und Normalisieren

$$-010.000101010000000000000000_2 \cdot 2^5 = -1.000010101000000000000000_2 \cdot 2^6$$

Ergebnis hat negatives Vorzeichen.

Schritt 5: Ergebnis

$$1\ 10000101\ 000010101000000000000000_{IEEE-SP}$$

3. Add the given values with IEEE-754 Single Precision format. **(10 Points)**
Give all steps of computation in detail.

Aufgabe 2: Boole'sche Algebra (20 Punkte)

Gegeben sei folgender 3-Bit 3-Exzess Code nach Zweierkomplement Code Dekoder.

$$Z(2) = (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C)$$

$$Z(1) = (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge B \wedge C)$$

$$Z(0) = (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge B \wedge C)$$

- a) Optimieren Sie die Funktionen für den Ausgang Z mit KV-Diagramm (10 Punkte) und geben Sie die Disjunktive Minimalform an.

$Z(2)$

A				
				B
1	1	0	0	
1	1	0	0	
C				

$Z(0)$

A				
				B
0	0	1	1	
0	1	0	1	
C				

$Z(1)$

A				
				B
1	1	1	1	
0	0	0	0	
C				

$Z_{DMF}(2) = \bar{A}$
 $Z_{DMF}(1) = B$
 $Z_{DMF}(0) = (A \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C)$

Boolean algebra and optimization

(20 Points)

Given a 3-bit 3-Excess code to Two's complement code decoder.

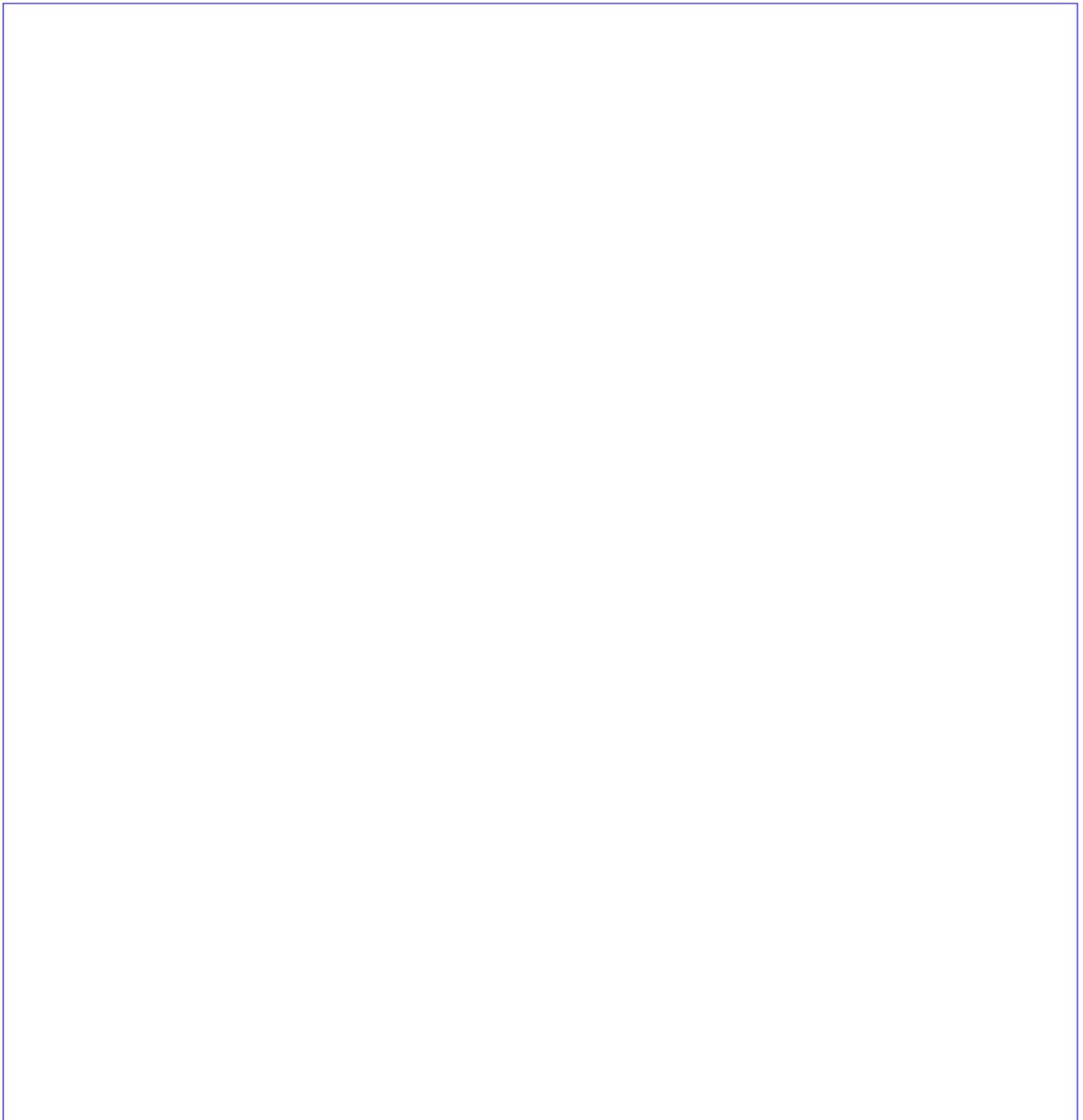
$$Z(2) = (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C)$$

$$Z(1) = (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge B \wedge C)$$

$$Z(0) = (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge B \wedge C)$$

- a) Optimize the functions for the output Z with KV diagram
and give the optimal product of sums (KMF).

(10 Points)



2. Identifizieren Sie alle Terme, die für mindestens zwei Teilfunktionen $Z(i)$ und $Z(j)$ mit $i \neq j$ identisch sind und geben Sie diese an. **(2 Punkte)**

$Z(2)$ und $Z(1)$ teilen sich den (roten) Primterm $(\bar{A} \wedge B)$.
 $Z(1)$ und $Z(0)$ teilen sich den (grünen) Primterm $(A \wedge B)$.
 $Z(2)$ und $Z(0)$ teilen sich den Term $(\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C)$.

2. Transformieren Sie folgende Ausdrücke in das NOR Operatorensystem und nennen Sie das Gesetz für jeden Rechenschritt. **(3+5 Punkte)**
 (\oplus ist die XOR-Funktion)

$$C = A \wedge B$$

$$S = A \oplus B$$

$$\begin{aligned}
 C &= (A \wedge B) \\
 &= \overline{\overline{(A \wedge B)}} && \text{Doppelte Negation} \\
 &= \overline{(A \vee \bar{B})} && \text{Regel von de Morgan} \\
 &= (\bar{A} \nabla \bar{B}) && \text{Definition der NOR-Funktion} \\
 &= ((A \nabla A) \nabla (B \nabla B)) && \text{NOT-Funktion aus NOR-Funktion} \\
 S &= A \oplus B \\
 &= ((A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})) && \text{KNF der XOR-Funktion} \\
 &= \overline{\overline{(A \vee B)} \wedge \overline{\overline{(A \vee B)}}} && \text{Doppelte Negation} \\
 &= \overline{\overline{(A \nabla B)} \wedge \overline{\overline{(A \nabla B)}}} && \text{Definition der NOR-Funktion} \\
 &= \neg \neg \{ \overline{\overline{(A \nabla B)} \wedge \overline{\overline{(A \nabla B)}}} \} && \text{Doppelte Negation} \\
 &= \overline{\overline{(A \nabla B) \vee \overline{\overline{(A \nabla B)}}}} && \text{Regel von de Morgan} \\
 &= ((A \nabla B) \nabla (\bar{A} \nabla \bar{B})) && \text{Definition der NOR-Funktion} \\
 &= ((A \nabla B) \nabla ((A \nabla A) \nabla (B \nabla B))) && \text{NOT-Funktion aus NOR-Funktion}
 \end{aligned}$$

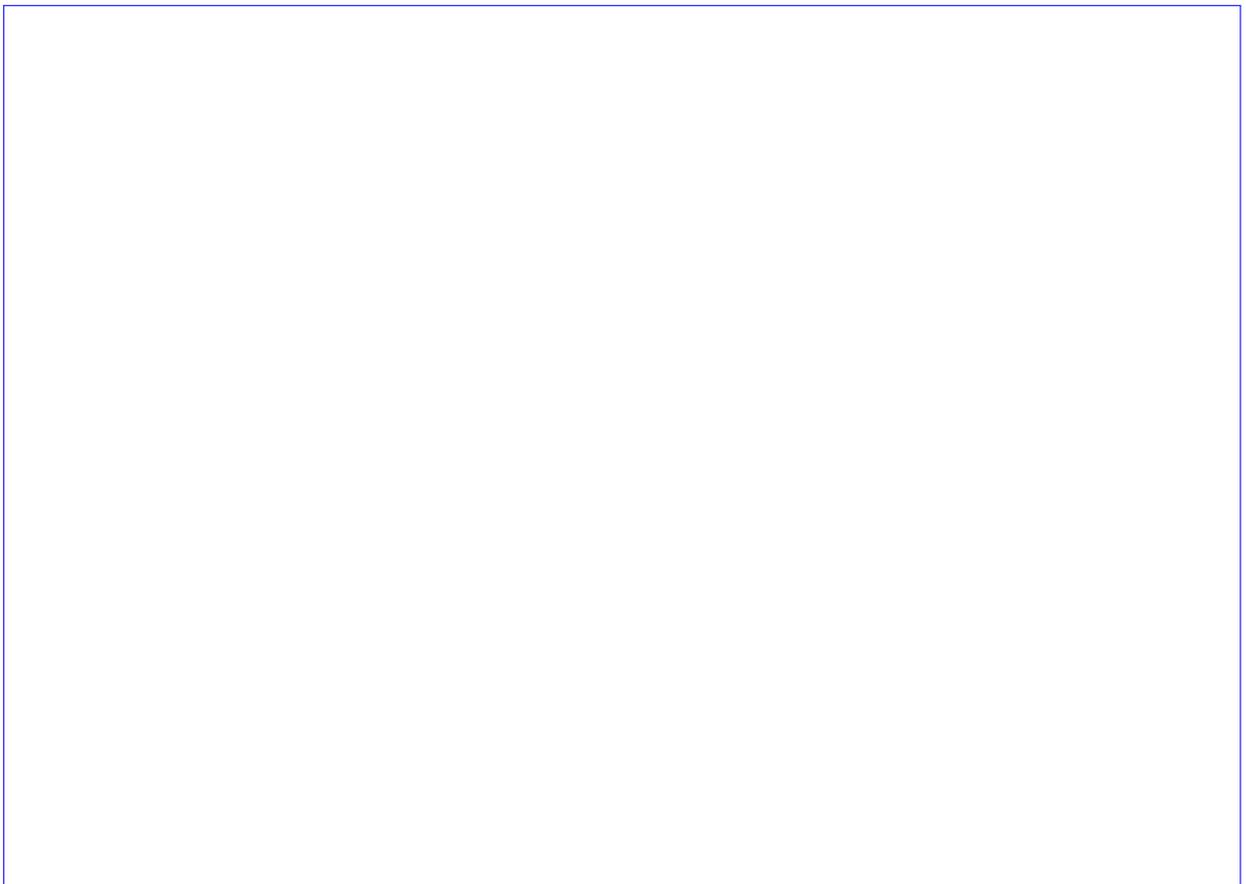
2. Specify all terms that are shared between at least two functions $Z(i)$ and $Z(j)$ where $(i \neq j)$. **(2 Points)**



2. Transform the following boolean functions to the NOR operator system and name the laws of calculation for each step. **(8 Points)**
(\oplus is the XOR function)

$$C = A \wedge B$$

$$S = A \oplus B$$



Aufgabe 3: Digitaler Schaltungsentwurf (20 Punkte)

Gegeben sei folgende Zuordnung eines 3-Bit Gray Code zum Zweierkomplement Code.

Gray-Code	000	001	011	010	110	111	101	100
Zweierkomplement	100	101	110	111	000	001	010	011

- a) Erläutern Sie die Eigenschaften von Gray Codes und deren Bezug zu KV-Diagrammen. **(2 Punkte)**

Ein n -Bit Gray-Code kann aus einem KV-Diagramm für n Variablen ausgelesen werden, in dem ein Weg über logisch benachbarte Felder durch das Diagramm abgelaufen wird. (Der Gray-Code ist zyklisch, wenn Ausgangs und Endpunkt identisch sind.)

- b) Entwickeln Sie die boole'sche Funktion einer Dekodierschaltung im (AND-NOT) Operatorensystem, welche die oben gezeigte Zuordnung von Gray nach Zweierkomplement Code realisiert. **(10 Punkte)**

Wahrheitstabelle:

I1	I2	I3	O1	O2	O3
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1

Disjunktive Normalformen und Transformation:

$$\begin{aligned}
 O1 &= (\bar{I1} \wedge \bar{I2} \wedge \bar{I3}) \vee (\bar{I1} \wedge \bar{I2} \wedge I3) \vee (\bar{I1} \wedge I2 \wedge I3) \vee (\bar{I1} \wedge I2 \wedge \bar{I3}) \\
 &= \overline{(\bar{I1} \wedge \bar{I2} \wedge \bar{I3}) \wedge \neg(\bar{I1} \wedge \bar{I2} \wedge I3) \wedge \neg(\bar{I1} \wedge I2 \wedge I3) \wedge \neg(\bar{I1} \wedge I2 \wedge \bar{I3})}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 O2 &= (\bar{I1} \wedge I2 \wedge I3) \vee (\bar{I1} \wedge I2 \wedge \bar{I3}) \vee (I1 \wedge \bar{I2} \wedge I3) \vee (I1 \wedge \bar{I2} \wedge \bar{I3}) \\
 &= \overline{(\bar{I1} \wedge I2 \wedge I3) \wedge \neg(\bar{I1} \wedge I2 \wedge \bar{I3}) \wedge \neg(I1 \wedge \bar{I2} \wedge I3) \wedge \neg(I1 \wedge \bar{I2} \wedge \bar{I3})}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 O3 &= (\bar{I1} \wedge \bar{I2} \wedge I3) \vee (\bar{I1} \wedge I2 \wedge \bar{I3}) \vee (I1 \wedge I2 \wedge I3) \vee (I1 \wedge \bar{I2} \wedge \bar{I3}) \\
 &= \overline{(\bar{I1} \wedge \bar{I2} \wedge I3) \wedge \neg(\bar{I1} \wedge I2 \wedge \bar{I3}) \wedge \neg(I1 \wedge I2 \wedge I3) \wedge \neg(I1 \wedge \bar{I2} \wedge \bar{I3})}
 \end{aligned}$$

Digitaler Circuit Design

(20 Punkte)

Given the following assignment for 3-Bit Gray code to Two's complement code.

Gray-Code	000	001	011	010	110	111	101	100
Zweierkomplement	100	101	110	111	000	001	010	011

- a) Explain the properties of the Gray codes and their relation to KV diagrams.

(2 Punkte)

- b) Develop the boolean function of a digital decoder circuit in the (AND-NOT) operator system that implements the shown assignment from Gray code to Two's complement code.

(10 Punkte)

2. Erläutern Sie, weshalb der Gray Code für die Implementierung hazardfreier (3 Punkte) Schaltungen geeignet ist. Geben Sie ein praktisches Beispiel an.

Da benachbarte Codewörter sich bei Graycodes nur um eine Stelle unterscheiden, können bei Anwendungen die diese Sequenz einhalten keine funktionalen Hazards auftreten. Da statische und dynamische Hazards auf boole'scher Ebene vermeidbar sind, können so hazardfreie logische Schaltungen aufgebaut werden. Der Positionsdekoder für ein Windrad ist ein einfaches praktisches Beispiel.

3. Vergleichen Sie den Informationsgehalt des gegebenen Gray Code mit dem Informationsgehalt des Zweierkomplement Code. Welche Annahme können Sie aufgrund des Vergleichs für den Informationsgehalt aller 3-Bit Binärcodes treffen und welche Voraussetzung muss dafür gelten?

Die Auftrittswahrscheinlichkeit einer Stelle bei binären Codes ist $p = 0,5$ und der Informationsgehalt pro Stelle $h = \text{ld}(p^{-1}) = 1$. Für n -Stellen erhält man damit den Informationsgehalt $H = n \cdot h = n \cdot 1 = n$ Bit. Für den angegebenen 3-stelligen Gray-Code ist zu prüfen, ob alle 2^3 Codewörter genutzt werden. [Hinweis: Nur in diesem Fall kann die Auftrittswahrscheinlichkeit $p = 0,5$ für alle Stellen verwendet werden kann. Ein Binärcode mit vier Stellen und zehn zugelassenen Codewörtern hätte den gleichen Informationsgehalt wie eine Dezimalstelle, also 3,32 Bit.]

Alle n -stelligen Binärcodes mit acht zugelassenen Codewörtern haben den gleichen Informationsgehalt von n Bit. Daher spricht man bei n -stelligen Binärcodes auch von n -Bit Codes und geht damit davon aus, daß alle Codewörter zulässig sind.

2. Explain, why Gray codes are well-suited for the implementation of hazard-free digital circuits. Give an example. **(3 Punkte)**



3. Compare the entropy of the given Gray code with the entropy of the Two's Complement code. Based on the result of the comparison, what assumption can you make for all 3-bit binary codes and what is the preliminary for this assumption? **(5 Punkte)**

