

---

# Online-Klausur "Lösung"

---

Name: ..... Matrikelnummer: .....

Studiengang: ..... Unterschrift: .....

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Gesamtpunktzahl: 60 Punkte

1. **Füllen Sie die Selbstständigkeitserklärung aus!**
  2. Verwenden Sie keinen Bleistift oder Rotstift!
  3. Unleserliche Angaben werden nicht gewertet!
  4. Verwenden Sie einen Notizbogen für Nebenrechnungen!
  5. Geben Sie den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
  6. Lösungen ohne Angabe des Rechenwegs werden nicht gewertet!
  7. Nur Lösungen in den Lösungsfeldern werden gewertet!  
Nutzen Sie ggf. die Lösungsboxen der englischen Version!

# Online-Examination

---

Name: ..... Student number: .....

Branch of studies: ..... Signature: .....

Working time: 90 Minutes

Total points: 60 Points

1. **Fill the statement of authorship!**
2. Do not use lead pen or red ink!
3. Unreadable sections are not assessed!
4. Use an additional sheets for side calculatipons!
5. Give your solutions clearly structured and readable!
6. Solutions without calculation path are not assessed!
7. Solutions will be assessed only if given in the text boxes!  
Use the text boxes of the german version if required!

## Selbstständigkeitserklärung (Declaration of Authorship)

### Persönliche Angaben

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_  
(Last name) (First name)

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_  
(Student-ID)

Studiengang: \_\_\_\_\_  
(Program)

### Angaben zur Prüfung

Name der Prüfung: \_\_\_\_\_  
(Title of the exam)

Prüfer: \_\_\_\_\_  
(Examiner)

Prüfungsdatum: \_\_\_\_\_  
(Exam date)

Hiermit versichere ich, dass ich die oben bezeichnete Leistung selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe sowie ohne Heranziehung nicht zugelassener Hilfsmittel bearbeitet habe. Mir ist bewusst, dass der Verstoß gegen prüfungsrechtliche Regelungen über die Täuschung bei der Erbringung von Prüfungsleistungen und die Abgabe einer unrichtigen Versicherung geahndet wird.

I declare that I have worked on the above-mentioned assessment independently and without unauthorized assistance. I also confirm that I have not used any non-permissible resources. I am aware that the violation of examination regulations on cheating during examinations or a false declaration is punished.

Ort, Datum: \_\_\_\_\_  
(Place, date)

Unterschrift: \_\_\_\_\_  
(Signature)

(This page is intentionally left blank)

**Aufgabe 1: Boole'sche Algebra**

**(20 Punkte)**

Gegeben sei folgende boole'sche Funktion.

$$Y = \bar{R} \wedge ((B \vee B \wedge \bar{C}) \wedge (A \vee B \wedge \bar{C}))$$

1. Geben Sie die Kanonische Disjunktive Normalform für Y an. **(6 Punkte)**  
Geben Sie zu jedem Rechenschritt das Rechengesetz an! **(4 Punkte)**

$$\begin{aligned}
 y &= \bar{R} \wedge ((A \wedge B) \vee (B \wedge \bar{C})) && \text{Präzedenz, 1p} \\
 & && \text{Distributivgesetz 1p} \\
 & && \text{2p} \\
 &= (\bar{R} \wedge A \wedge B) \vee (\bar{R} \wedge B \wedge \bar{C}) && \text{Distributivgesetz} \\
 &= (\bar{R} \wedge A \wedge B \wedge C) \vee (\bar{R} \wedge A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee && \text{0,5p} \\
 & \quad (\bar{R} \wedge B \wedge \bar{C} \wedge A) \vee (\bar{R} \wedge B \wedge \bar{C} \wedge \bar{A}) && \text{0,5p} \\
 & && \text{Erweiterung der Implikanten} \\
 & && \text{zu Mintermen und damit} \\
 & && \text{zur kanonischen Form. 1p} \\
 &= (\bar{R} \wedge A \wedge B \wedge C) \vee (\bar{R} \wedge A \wedge B \wedge \bar{C}) && \text{0,5p} \\
 & \quad \vee (\bar{R} \wedge \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) && \text{0,5p} \\
 & && \text{Definition Disjunktion 1p}
 \end{aligned}$$

**Exercise 1: Boolean Algebra****(20 Points)**

Given the following boolean function.

$$Y = \bar{R} \wedge \left( (B \vee B \wedge \bar{C}) \wedge (A \vee B \wedge \bar{C}) \right)$$

1. Determine the Canonical Sum of Products for Y.

**(6 Points)**

Denote the rule of transformation for every step!

**(4 Points)**

2. Konvertieren Sie die Funktion in das NAND-NOT Operatorensystem. (5 Punkte)  
Geben Sie zu jedem Rechenschritt das Rechengesetz an! (5 Punkte)

$$\begin{aligned}
 & \underset{1p}{y} = \bar{R} \wedge \left( (B \vee B \wedge \bar{C}) \wedge (A \vee B \wedge \bar{C}) \right) \quad \text{Distributivgesetz } 1p \\
 & \underset{1p}{=} \bar{R} \wedge \left( (A \wedge B) \vee (B \wedge \bar{C}) \right) \quad \text{doppelte Negation } 1p \\
 & \underset{1p}{=} \bar{R} \wedge \left( \overline{\overline{(A \wedge B) \vee (B \wedge \bar{C})}} \right) \quad \text{Regel von de Morgan } 1p \\
 & \underset{1p}{=} \bar{R} \wedge \left( (A \bar{\wedge} B) \bar{\wedge} (B \bar{\wedge} \bar{C}) \right) \quad \text{Definition NAND + doppelte Negation } 1p \\
 & \underset{1p}{=} \bar{R} \bar{\wedge} \left( (A \bar{\wedge} B) \bar{\wedge} (B \bar{\wedge} \bar{C}) \right) \quad \text{Definition NAND } 1p
 \end{aligned}$$

2. Convert the function into the NAND-NOT operator system. (5 Points)  
Denote the rule of transformation for every step! (5 Points)





**Aufgabe 2: Digitale Arithmetik**

**(20 Punkte)**

1.1 Führen Sie folgende Rechnung im Zweierkomplement Code durch.

a) Addieren Sie alle Werte. Rechnen Sie ausführlich! **(6 Punkte)**

b) Beurteilen Sie die Korrektheit des Ergebnisses. **(4 Punkte)**

$$10011,010_{ZK} + 01011,100_{ZK} - 10100,111_{ZK}$$

$$+ 01011,001_{ZK}$$

Ansatz : addiere immer nur zwei Werte, damit  
Beurteilung der Korrektheit möglich **1p**

addiere solange wir möglich positive  
und negative Werte, damit Korrektheit  
gegeben

$$\begin{array}{r} 10011,010_{ZK} \\ + 01011,100_{ZK} \\ \hline 11110,110_{ZK} \end{array}$$

neg. Zahl  
+ pos. Zahl  
= immer korrekt im ZK!  
**1p**

$$\begin{array}{r} 11110,110_{ZK} \\ + 01011,001_{ZK} \\ \hline 101001,111_{ZK} \end{array}$$

neg. Zahl  
+ pos. Zahl  
= immer korrekt im ZK!  
**1p**

Übertrag ignorieren! **1p**

Ergebnis:  $01001,111_{ZK}$  **1p**

**Exercise 2: Digital Arithmetics****(20 Credits)**

1.1 Perform the following calculation with Two's Complement code.

a) Add all operands and show the details of the calculation! **(6 Points)**

b) Assess the correctness of the result. **(4 Points)**

$$10011,001_{ZK} + 01011,101_{ZK} - 10100,111_{ZK}$$

1.2 Führen Sie folgende Rechnung im IEEE-754 Code mit einfacher Genauigkeit durch. (10 Punkte)

$$7,125_{10} - 10,0625_{10}$$

1) Zahlen im IEEE Format darstellen:

Mantissen bestimmen

Vorzeichen:

$$\begin{aligned} -10,0625_{10} &= -1010,0001_2 \cdot 2^0 \\ &= -1,0100001_2 \cdot 2^3 \end{aligned}$$

$$S=1 \quad 0,5p$$

$$\begin{aligned} +7,125_{10} &= 111,001_2 \cdot 2^0 \\ &= 1,11001_2 \cdot 2^2 \end{aligned}$$

$$S=0 \quad 0,5p$$

Charakteristk bestimmen ( $C = E + 127$ )

$$3 + 127 = 130_{10} = 1000\ 0010_2 \rightarrow C_1 = 1000\ 0010 \quad 1p \quad 127\text{-Ex.}$$

$$2 + 127 = 129_{10} = 1000\ 0001_2 \rightarrow C_2 = 1000\ 0001 \quad 1p \quad 127\text{-Ex.}$$

Werte:

$$-10,0625_{10} = 1\ 1000\ 0010\ \underbrace{01000010 \dots 0}_{23\ \text{Stellen}}_{IEEE} \quad 1p$$

$$+7,125_{10} = 0\ 1000\ 0001\ \underbrace{110010 \dots 0}_{23\ \text{Stellen}}_{IEEE} \quad 1p$$

d) Addition der Werte

$$\Delta \text{ Charakteristk ermitteln} \quad \Delta C = C_1 - C_2 = 1 \quad 0,5p$$

1.2 Perform the following calculation with the IEEE-754 Single Precision Code.

(10 Points)

$$7,125_{10} - 10,0625_{10}$$

Exponent annehmen und Mantissen verschieben

$$-1,0100001_2 \cdot 2^3 + 1,11001_2 \cdot 2^2 =$$

$$10,1011111_{2k} \cdot 2^3 + 00,111001_{2k} \cdot 2^3 \quad 1p$$

Mantissen addieren und Vt des Ergebnisses bestimmen

$$\left( \begin{array}{r} 10,1011111_{2k} \\ + 00,1110010_{2k} \\ \hline 11,1010001 \end{array} \right) \cdot 2^3$$

$\bar{1} \rightarrow$  neg. Zahl  $\rightarrow S=1 \quad 1p$

positive Mantisse ermittelt

$$11,1010001_{2k} \cdot 2^3 = -00,0101111_2 \cdot 2^3 \quad 0,5p$$

Normalisieren:

$$-00,0101111_2 \cdot 2^3 = -1,01111_2 \cdot 2^1 \quad 0,5p$$

Charakteristika des Ergebnisses

$$\textcircled{1} + 127 = 128 = 1000\ 0000 \quad 1p$$

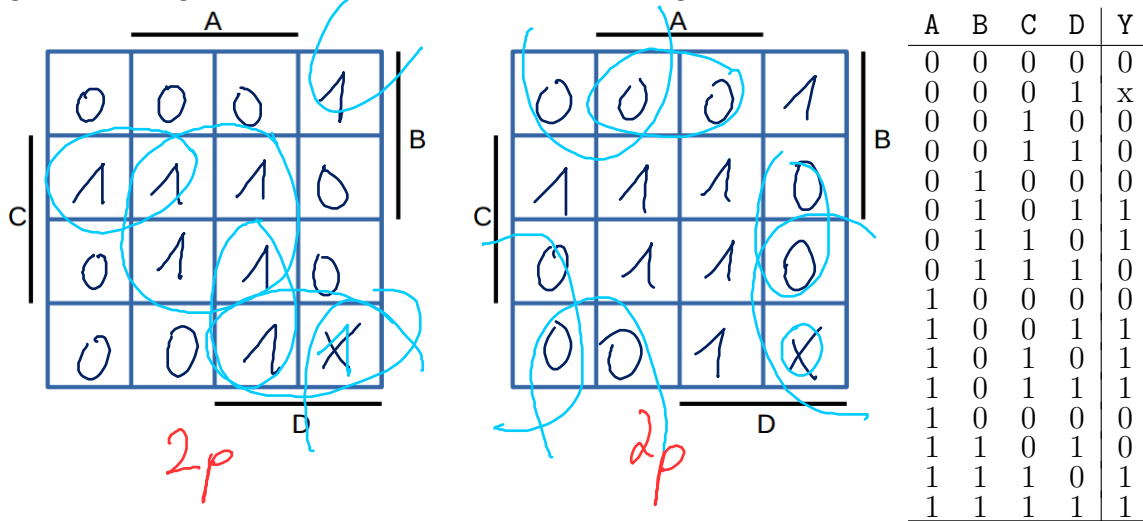
Ergebnis:

$$1 \quad 1000\ 0000 \quad \overbrace{011110 \dots 011111}^{23\ \text{stellen}} \quad 0,5p$$

**Aufgabe 3: Boole'sche Optimierung**

**(20 Punkte)**

Gegeben sei folgende Wahrheitstabelle und KV-Diagramme.



1. Ermitteln Sie die Disjunktive Minimalform für Y mit dem vorgegebenen KV-Diagramm. Geben Sie alle Schritte der Optimierung detailliert an! **(10 Punkte)**

1) Minsterme <sup>0,5p</sup> eintragen (in KV)  
wähle  $BC=1$

2) primimplikanten <sup>0,5p</sup> bilden  
 $(\bar{A} \wedge \bar{C} \wedge D)$ ,  $(B \wedge C \wedge \bar{D})$ ,  $(A \wedge C)$ ,  $(A \wedge \bar{B} \wedge D)$ ,  
 $(\bar{B} \wedge \bar{C} \wedge D)$  <sup>2,5p (je 0,5p)</sup>

3) Kern-Primimplikanten <sup>0,5p</sup> finden  
 $(\bar{A} \wedge \bar{C} \wedge D)$ ,  $(B \wedge C \wedge \bar{D})$ ,  $(A \wedge C)$  <sup>1,5p (je 0,5p)</sup>

4) minimale Überdeckung <sup>0,5p</sup> aus Nicht-Kern-Primimplikanten finden:  
wähle  $(A \wedge \bar{B} \wedge D)$  oder  $(\bar{B} \wedge \bar{C} \wedge D)$  <sup>1p</sup>

5) DMF erstellen:  
 $Y_{DMF} = (\bar{A} \wedge \bar{C} \wedge D) \vee (B \wedge C \wedge \bar{D}) \vee (A \wedge C) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge D)$  <sup>1p</sup>

**Exercise 3: Boolean Optimization**

**(20 Points)**

Given the following truth table and KV maps.

A	B	C	D	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	x
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	0	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

1. Give the Minimum Sum of Products for  $Y$  using the given KV map. **(10 Points)**  
Show all steps of the optimization in detail.

## Fortsetzung Aufgabenteil 1

- 1) Maxterme <sup>0,5p</sup> ermpfagen (K.KV)  
wähle  $DC = 0$
- 2) Primimplikate <sup>0,5p</sup> bilden:  
 $(CVD), (\bar{A} \vee \bar{B} \vee C), (A \vee \bar{C} \vee \bar{D}), (A \vee B)$  <sup>2p (je 0,5p)</sup>
- 3) Kern-Primimplikate <sup>0,5p</sup> wählen:  
 $(CVD), (\bar{A} \vee \bar{B} \vee C), (A \vee \bar{C} \vee \bar{D}), (A \vee B)$  <sup>2p (je 0,5p)</sup>
- 4) minimale Überdeckung <sup>0,5p</sup> aus Kern-Prim-Implikaten bilden  
- entfällt, da alle Kern-Primimplikate <sup>1p</sup>
- 5) KMF bilden
- $$y_{\text{KMF}} = (CVD) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B} \vee C) \wedge (A \vee \bar{C} \vee \bar{D}) \wedge (A \vee B) \quad 1p$$

Part 1 continued





2. Ermitteln Sie die Konjunktive Minimalform mit dem vorgegebenen (10 Punkte)  
KV-Diagramm. Geben Sie alle Schritte der Optimierung detailliert an!

2. Determine the Minimum Product of Sums using the given KV map. (10 Points)  
Show all steps of optimization in detail!

