

---

Online-Klausur  
*Lösung*

---

Name: ..... Matrikelnummer: .....

Studiengang: ..... Unterschrift: .....

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Gesamtpunktzahl: 60 Punkte

1. **Füllen Sie die Selbstständigkeitserklärung aus!**
  2. Verwenden Sie keinen Bleistift oder Rotstift!
  3. Unleserliche Angaben werden nicht gewertet!
  4. Verwenden Sie einen Notizbogen für Nebenrechnungen!
  5. Geben Sie den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
  6. Lösungen ohne Angabe des Rechenwegs werden nicht gewertet!
  7. Nur Lösungen in den Lösungsfeldern werden gewertet!  
Nutzen Sie ggf. die Lösungsboxen der englischen Version!

# Online-Examination

---

Name: ..... Student number: .....

Branch of studies: ..... Signature: .....

Working time: 90 Minutes

Total points: 60 Points

1. **Fill the declaration of authorship!**
2. Do not use lead pen or red ink!
3. Unreadable sections are not assessed!
4. Use an additional sheets for side calculatipons!
5. Give your solutions clearly structured and readable!
6. Solutions without calculation path are not assessed!
7. Solutions will be assessed only if given in the text boxes!  
Use the text boxes of the german version if required!

## Selbstständigkeitserklärung (Declaration of Authorship)

### Persönliche Angaben

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_  
(Last name) (First name)

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_  
(Student-ID)

Studiengang: \_\_\_\_\_  
(Program)

### Angaben zur Prüfung

Name der Prüfung: \_\_\_\_\_  
(Title of the exam)

Prüfer: \_\_\_\_\_  
(Examiner)

Prüfungsdatum: \_\_\_\_\_  
(Exam date)

Hiermit versichere ich, dass ich die oben bezeichnete Leistung selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe sowie ohne Heranziehung nicht zugelassener Hilfsmittel bearbeitet habe. Mir ist bewusst, dass der Verstoß gegen prüfungsrechtliche Regelungen über die Täuschung bei der Erbringung von Prüfungsleistungen und die Abgabe einer unrichtigen Versicherung geahndet wird.

I declare that I have worked on the above-mentioned assessment independently and without unauthorized assistance. I also confirm that I have not used any non-permissible resources. I am aware that the violation of examination regulations on cheating during examinations or a false declaration is punished.

Ort, Datum: \_\_\_\_\_  
(Place, date)

Unterschrift: \_\_\_\_\_  
(Signature)

**(This page is intentionally left blank)**

**Aufgabe 1: Digitale Arithmetik**

**(20 Punkte)**

1.1 Führen Sie folgende Rechnung im Zweierkomplement Code durch.

a) Addieren Sie alle Werte. Rechnen Sie ausführlich! **(6 Punkte)**

b) Beurteilen Sie die Korrektheit des Ergebnisses. **(4 Punkte)**

$$\textcircled{0}1011,101_{ZK} - 10100,111_{ZK} + \textcircled{1}0011,001_{ZK} + 01011,001_{ZK}$$

Ansatz: immer zwei Werte addieren, um Korrektheit beurteilen zu können,

solange wir mögliche positive und negative Werte verrechnen **1p**

$$\begin{array}{r} 01011,101_{ZK} \quad 2p \\ + 10011,001_{ZK} \\ \hline 11110,110_{ZK} \end{array}$$

positive und negative Zahl verrechnet  
→ Ergebnis immer korrekt! **1p**

$$\begin{array}{r} 11110,110_{ZK} \quad 2p \\ + 01011,001_{ZK} \\ \hline 1111 \\ \hline 01001,111_{ZK} \end{array}$$

Überlauf, aber positive und negative Zahl verrechnet  
→ Ergebnis immer korrekt! **1p**

Ergebnis:  $01001,111_{ZK}$  **1p**

**Exercise 1: Digital Arithmetics****(20 Credits)**

1.1 Perform the following calculation with Two's Complement code.

- a) Add all operands and show the details of the calculation! **(6 Points)**
- b) Assess the correctness of the result. **(4 Points)**

$$01011,101_{ZK} - 10100,111_{ZK} + 10011,001_{ZK}$$

1.2 Führen Sie folgende Rechnung im IEEE-754 Code mit einfacher Genauigkeit durch. (10 Punkte)

$$-10,0625_{10} + 7,125_{10}$$

1) Zahlen im IEEE 754 Format darstellen

• Mantisse bestimmen

$$-10,0625_{10} = -1010,0001_2 \cdot 2^0$$

$$= -1,0100001 \cdot 2^3$$

0,5p

• Charakteristik  $C = E + 0 = (3 + 127)_{10} = 130_{10}$  1p

$$= 1000\ 0010_{127\text{-Exc}}$$

• Wert:  $1\ 1000\ 0010\ \underbrace{01000010\dots 0}_{23}$  IEEE-754 1p

• Mantisse bestimmen

$$+7,125_{10} = 111,001_2 \cdot 2^0$$

$$= 1,11001_2 \cdot 2^2$$

0,5p

• Charakteristik  $C = E + 0 = (2 + 127)_{10} = 129_{10} = 1000\ 0001_{127\text{-Exc}}$  1p

• Wert:  $0\ 1000\ 0001\ \underbrace{110010\dots 0}_{23}$  1p

2) Addition der Werte:

$\Delta$ -Charakteristik = 1 (wähle größere Charakteristik und gleiche Mantissen an) 0,5p

1.2 Perform the following calculation with the IEEE-754 Single Precision Code.

(10 Points)

$$-10,0625_{10} + 7,125_{10}$$

Exponenten angleichen und Mantissen verschieben:

$$-1,0100001_2 \cdot 2^3 + 1,11001_2 \cdot 2^2 =$$

$$..10,1011111_{2k} \cdot 2^3 + ..00,111001_{2k} \cdot 2^3$$

Mantissen addieren (Zweikomplement!)

$$= (..10,1011111_{2k} + ..00,1110010_{2k}) \cdot 2^3$$

$$= ..11,1010001_{2k} \text{ neg. Zahl!}$$

$$= -0,0101111_{2k} \cdot 2^3$$

Normalisieren:

$$= -1,011110...0 \cdot 2^1$$

Charakteristik  $C = E + \sigma = (1 + 127)_{10} = 128_{10}$

$$= 1000\ 0000_{127-EAC}$$

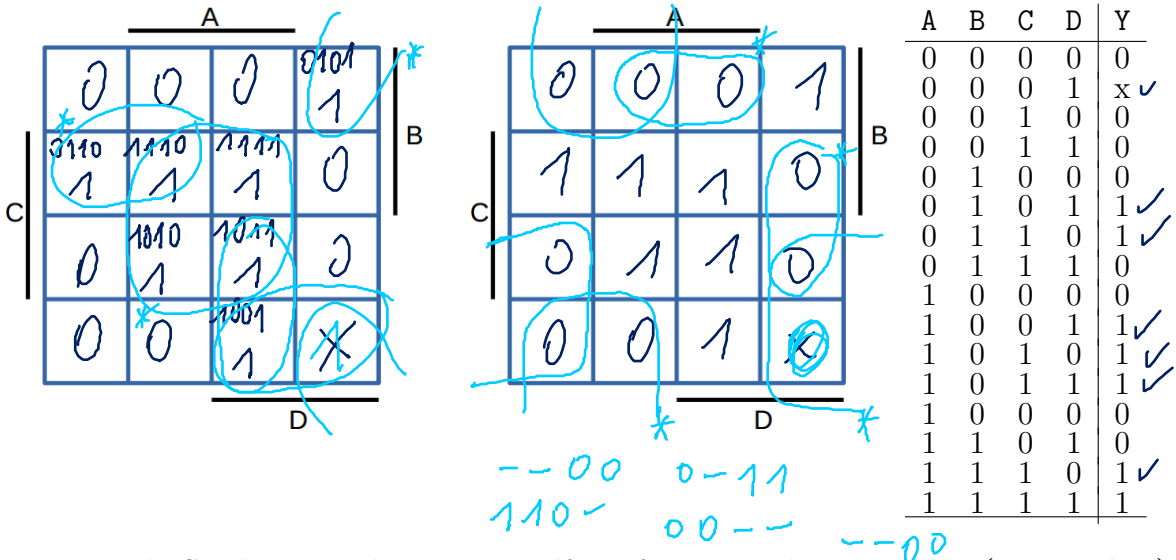
Ergebnis:

$$1\ 1000\ 000\ \underbrace{011110...0}_{23} \text{ IEEE-754}$$



**Aufgabe 2: Boole'sche Optimierung (20 Punkte)**

Gegeben sei folgende Wahrheitstabelle und KV-Diagramme.



1. Ermitteln Sie die Disjunktive Minimalform für Y mit dem vorgegebenen KV-Diagramm. Geben Sie alle Schritte der Optimierung detailliert an! (10 Punkte)

1) Primterme <sup>0,5p</sup> eintragen (weder li. noch r.)  
wähle DC=1 2p

2) Primimplikanten <sup>0,5p</sup> bilden  
 $(\bar{A} \wedge \bar{C} \wedge D), (B \wedge C \wedge \bar{D}), (A \wedge C), (A \wedge \bar{B} \wedge D), (\bar{B} \wedge \bar{C} \wedge D)$  2,5p

3) Kern-Primimplikanten <sup>0,5p</sup> finden  
 $(\bar{A} \wedge \bar{C} \wedge D), (B \wedge C \wedge \bar{D}), (A \wedge C)$  1,5p

4) minimale Überdeckung <sup>0,5p</sup> aus Nicht-Kern-Primimplikanten finden  
wähle  $(A \wedge \bar{B} \wedge D)$  oder  $(\bar{B} \wedge \bar{C} \wedge D)$  1p

5) Disjunktive Minimalform erstellen  
 $Y_{DMF} = (\bar{A} \wedge \bar{C} \wedge D) \vee (B \wedge C \wedge \bar{D}) \vee (A \wedge C) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge D)$  1p

**Exercise 3: Boolean Optimization**

**(20 Points)**

Given the following truth table and KV maps.

A	B	C	D	Y
0	0	0	0	0
0	0	0	1	x
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	0	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

1. Give the Minimum Sum of Products for  $Y$  using the given KV map. **(10 Points)**  
Show all steps of the optimization in detail.

Fortsetzung Aufgabenteil 1



Part 1 continued



2. Ermitteln Sie die Konjunktive Minimalform mit dem vorgegebenen (10 Punkte) KV-Diagramm. Geben Sie alle Schritte der Optimierung detailliert an!

1) maxterm eintragen (wähle  $OC=0$ ) <sup>0,5p</sup>  
→ siehe rechts KV Diagramm oben <sup>2p</sup>

2) Primimplikate bilden <sup>0,5p</sup>  
 $(CVD), (\bar{A}\bar{B}VC), (A\bar{C}\bar{V}\bar{D}), (A\bar{V}B)$  <sup>2p</sup>

3) Kern-Primimplikate wählen <sup>0,5p</sup>  
 $(CVD), (\bar{A}\bar{B}VC), (A\bar{C}\bar{V}\bar{D}), (A\bar{V}B)$  <sup>2p</sup>

4) minimale Überdeckung <sup>0,5p</sup> aus Kern-Primimplikaten finden  
(erfüllt, da alle Primimplikate auch Kern-Primimplikate sind) <sup>1p</sup>

5) Konjunktive Minimalform bilden

$$y_{KMF} = (CVD) \wedge (\bar{A}\bar{B}VC) \wedge (A\bar{C}\bar{V}\bar{D}) \wedge (A\bar{V}B) \quad 1p$$

2. Determine the Minimum Product of Sums using the given KV map. (10 Points)  
Show all steps of optimization in detail!



## Aufgabe 3: Boole'sche Algebra

(20 Punkte)

Gegeben sei folgende boole'sche Funktion.

$$Y = \bar{R} \wedge ((B \vee A \wedge B) \wedge (A \wedge B \vee \bar{C}))$$

1. Geben Sie die Kanonische Disjunktive Normalform für  $Y$  an.  
Geben Sie zu jedem Rechenschritt das Rechengesetz an!

~~(5 Punkte)~~ 6~~(5 Punkte)~~ 4

$$\begin{aligned} y &= \bar{R} \wedge ((A \wedge B) \vee (B \wedge \bar{C})) && \text{Distributivgesetz, Präzedenz} \\ &= (\bar{R} \wedge A \wedge B) \vee (\bar{R} \wedge B \wedge \bar{C}) && \text{Distributivgesetz} \\ &= (\bar{R} \wedge A \wedge B \wedge C) \vee (\bar{R} \wedge A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{R} \wedge A \wedge B \wedge \bar{C}) \\ &\quad \vee (\bar{R} \wedge \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) && \text{Erweiterung der Implikanten zu} \\ &&& \text{Hintermen.} \\ &= (\bar{R} \wedge A \wedge B \wedge C) \vee (\bar{R} \wedge A \wedge B \wedge \bar{C}) \vee (\bar{R} \wedge \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}) && \text{Definition Disjunktion} \end{aligned}$$

**Exercise 3: Boolean Algebra****(20 Points)**

Given the following boolean function.

$$Y = \bar{R} \wedge \left( (B \vee A \wedge B) \wedge (A \wedge B \vee \bar{C}) \right)$$

1. Determine the Canonical Sum of Products for  $Y$ .

**(5 Points)**

Denote the rule of transformation for every step.

**(5 Points)**



2. Konvertieren Sie die Funktion in das NAND-NOT Operatorensystem. (5 Punkte)  
Geben Sie zu jedem Rechenschritt das Rechengesetz an! (5 Punkte)

$$\begin{aligned}
 y &= \bar{R} \wedge \left( \left( \overline{B \vee (A \wedge B)} \right) \wedge \left( \overline{(A \wedge B) \vee \bar{C}} \right) \right) && \text{doppelte Negation} \\
 &= \bar{R} \wedge \left( \left( B \vee (A \bar{B}) \right) \wedge \left( (A \bar{B}) \vee \bar{C} \right) \right) && \text{Definition von NAND} \\
 &= \bar{R} \wedge \left( \left( \bar{B} \bar{(A \bar{B})} \right) \wedge \left( \overline{(A \bar{B}) \bar{C}} \right) \right) && \text{doppelte Negation} \\
 &= \bar{R} \wedge \left( \left( \bar{B} \bar{(A \bar{B})} \right) \bar{\left( (A \bar{B}) \bar{C} \right)} \right) && \text{Definition von NAND} \\
 &= \bar{R} \bar{\left( \left( \bar{B} \bar{(A \bar{B})} \right) \bar{\left( (A \bar{B}) \bar{C} \right)} \right)} && \text{Definition von NAND} \\
 &= \bar{R} \bar{\left( \bar{B} \bar{(A \bar{B})} \bar{\left( (A \bar{B}) \bar{C} \right)} \right)} && \text{Definition von NAND}
 \end{aligned}$$

2. Convert the function into the NAND-NOT operator system. (5 Points)  
Denote the rule of transformation for every step. (5 Points)

