

Online-Klausur

Name: Matrikelnummer:

Studiengang: Unterschrift:

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Gesamtpunktzahl: 60 Punkte

1. Verwenden Sie einen nicht netzwerkfähigen Taschenrechner!
2. Ein ein beidseitig handgeschriebenes DIN A 4 Formelblatt ist zulässig!
3. Verwenden Sie keinen Bleistift oder Rotstift!
4. Unleserliche Angaben werden nicht gewertet!
5. Verwenden Sie den Notizbogen für Nebenrechnungen!
6. Geben Sie den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
7. Lösungen ohne Angabe des Rechenwegs werden nicht gewertet!
8. Nur Lösungen in den Lösungsfeldern werden gewertet!
Nutzen Sie ggf. die Lösungsboxen der englischen Version!

Online-Examination

Name: Student number:

Branch of studies: Signature:

Working time: 90 Minutes

Total points: 60 Points

1. Use a pocket calculator without network capabilities!
2. Use a double sided hand-written DIN A 4 formulary!
3. Do not use lead pen or red ink!
4. Unreadable sections are not assessed!
5. Use the additional sheets for side calculatipons!
6. Give your solutions clearly structured and readable!
7. Solutions without calculation path are not assessed!
8. Solutions will be assessed only if given in the text boxes!
Use the text boxes of the german version if required!

Eidesstattliche Versicherung

Persönliche Angaben

Name: _____
(Last name)

Vorname: _____
(First name)

Matrikelnummer: _____
(Student-ID)

Studiengang: _____
(Program)

Angaben zur Prüfung

Name der Prüfung: _____
(Title of the exam)

Prüfer: _____
(Examiner)

Prüfungsdatum: _____
(Exam date)

Sehr geehrte Damen und Herren,

hiermit versichere ich an Eides statt, dass ich die oben bezeichnete Leistung selbstständig und ohne unzulässige fremde Hilfe sowie ohne Heranziehung nicht zugelassener Hilfsmittel bearbeitet habe. Mir ist bewusst, dass der Verstoß gegen prüfungsrechtliche Regelungen über die Täuschung bei der Erbringung von Prüfungsleistungen eine Ordnungswidrigkeit darstellt und die Abgabe einer unrichtigen Versicherung an Eides statt als Straftat geahndet wird.

To whom it may concern,

I declare in lieu of an oath that I have worked on the above-mentioned assessment independently and without unauthorized assistance. I also confirm that I have not used any non-permissible resources. I am aware that the violation of examination regulations on cheating during examinations constitutes an administrative offense. I am also aware that making a false declaration in lieu of an oath is punished as a criminal offense.

Ort, Datum: _____
(Place, date)

Unterschrift: _____
(Signature)

Aufgabe 1: Digitale Arithmetik

(20 Punkte)

1. Führen Sie folgende Rechnung im Zweierkomplement-Kode durch und beurteilen Sie die Korrektheit des Ergebnisses. Verwenden Sie acht Vorkommastellen und ergänzen Sie diese um die nötige Anzahl Nachkommastellen. Rechnen Sie ausführlich! (5 Punkte)

$$1100111,10 - 011,11001 + 01011,101$$

Alle Rechnungen im Zweierkomplement-Kode:

	11100111,100	Vorzeichenergänzung (Vor- u. Nachkommastellen)
+	00001011,101	Vorzeichenergänzung (Vorkommastellen)
	11110011,00100	Zwischenergebnis (negativ, da führende Eins)
		Korrekt, da positive und negative Zahl verrechnet
+	11111100,00111	Vorzeichenergänzung (Vorkommastellen und Nachkommastellen)
	(1)11101111,01011	Endergebnis (negativ)
		Korrekt, da Überlauf und negatives Ergebnis

2. Stellen Sie die Zahl -0.05_{10} im Zweierkomplement mit einer maximalen relativen Abweichung von 1 Prozent und minimaler Anzahl Stellen dar. Rechnen Sie auf einem Schmierblatt und geben Sie ausschliesslich das Ergebnis an! (5 Punkte)

Mit $\Delta_{\%} = \frac{0.05 - \sum_i b_i \cdot 2^i}{0.05}$ folgt $-0.0000110011_2 = 1.1111001101_{ZK}$ ($\Delta_{\%} \approx 0.4$)

Digital Arithmetics**(20 Credits)**

1. Perform the following calculation with Two's Complement code and assess the correctness of the result. Take eight predecimal point positions and complete the required number of fractional positions. Show all details of the calculation!

(5 Credits)

$$1100111,10 - 011,11001 + 01011,101$$

2. Transform the number -0.05_{10} into Two's Complement code with a maximum relative deviation of 1 percent and a minimum number of positions. Do the transformation on a tab and provide the result only!

(5 Credits)

3. Transformieren Sie mit die Zahl 3034,625 mit dem Euklidischen Algorithmus vom Dezimalsystem in das Binärsystem. Rechnen Sie ausführlich! (5 Punkte)

1. Anzahl Vorkommastellen bestimmen: $2^i \leq 3034.625 < 2^{i+1}$ ergibt $i=11$

2. Stellenwerte berechnen:

$$\begin{aligned} 3034,625 \operatorname{div} 2^{11} &= 1 \operatorname{R} 986.625 \\ 986.625 \operatorname{div} 2^{10} &= 0 \operatorname{R} 986.625 \\ 986.625 \operatorname{div} 2^9 &= 1 \operatorname{R} 474.625 \\ 474.625 \operatorname{div} 2^8 &= 1 \operatorname{R} 218.625 \\ 218.625 \operatorname{div} 2^7 &= 1 \operatorname{R} 90.625 \\ 90.625 \operatorname{div} 2^6 &= 1 \operatorname{R} 26.625 \\ 26.625 \operatorname{div} 2^5 &= 0 \operatorname{R} 26.625 \\ 26.625 \operatorname{div} 2^4 &= 1 \operatorname{R} 10.625 \\ 10.625 \operatorname{div} 2^3 &= 1 \operatorname{R} 2.625 \\ 2.625 \operatorname{div} 2^2 &= 0 \operatorname{R} 2.625 \\ 2.625 \operatorname{div} 2^1 &= 1 \operatorname{R} 0.625 \\ 0.625 \operatorname{div} 2^0 &= 0 \operatorname{R} 0.625 \\ 0.625 \operatorname{div} 2^{-1} &= 1 \operatorname{R} 0.125 \\ 0.125 \operatorname{div} 2^{-2} &= 0 \operatorname{R} 0.125 \\ 0.125 \operatorname{div} 2^{-3} &= 1 \operatorname{R} 0 \end{aligned}$$

Ergebnis: $3034,625_{10} = 101111011010,101_2$

4. Transformieren Sie mit die Zahl 3034,375 mit dem Modifizierten Horner-Schema vom Dezimalsystem in das Binärsystem. Rechnen Sie ausführlich! (5 Punkte)

1. Vorkommastellen:	2. Nachkommastellen:
$3034 \operatorname{mod} 2 = 0$	$(0.375 \cdot 2) \operatorname{mod} 1 = 0$
$1517 \operatorname{mod} 2 = 1$	$(0.75 \cdot 2) \operatorname{mod} 1 = 1$
$758 \operatorname{mod} 2 = 0$	$(0.5 \cdot 2) \operatorname{mod} 1 = 1$
$379 \operatorname{mod} 2 = 1$	
$189 \operatorname{mod} 2 = 1$	
$94 \operatorname{mod} 2 = 0$	
$47 \operatorname{mod} 2 = 1$	
$23 \operatorname{mod} 2 = 1$	
$11 \operatorname{mod} 2 = 1$	
$5 \operatorname{mod} 2 = 1$	
$2 \operatorname{mod} 2 = 0$	
$1 \operatorname{mod} 2 = 1$	

Ergebnis: $3034,625_{10} = 101111011010,011_2$

3. Transform the number 3034,625 with the Euclidian algorithm from the decimal to the binary system. Show all steps of the transformation! **(5 Credits)**

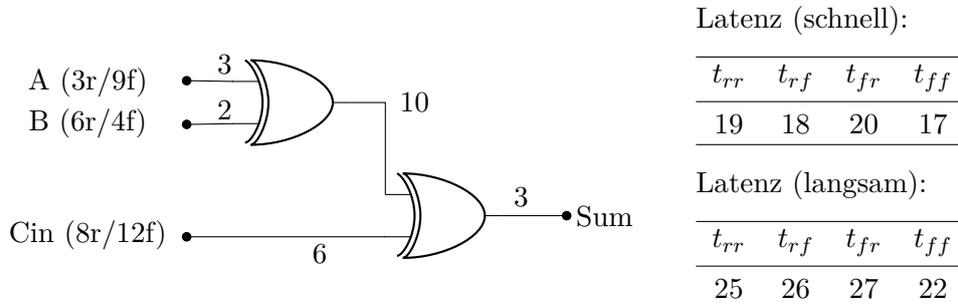
...

4. Transform the number 3034,375 with the Modified-Horner algorithm from the decimal into the binary system. Show all steps of the transformation! **(5 Credits)**

...

Aufgabe 2: Pipelining und Timinganalyse (20 Punkte)

Gegeben Sei der folgendes Schaltnetz eines Volladdierers zur Berechnung der Summe.
Annahme: Die Latenzen der boole'schen Gatter sind für alle Eingänge gleich!



1. Berechnen Sie die spätesten Ankunftszeit der steigenden und fallenden Flanke am Ausgang Sum. Verwenden Sie die angegebenen Latenzen für das XOR-Gatter. **(10 Punkte)**

Ausgang oberes XOR-Gatter:

Eingang A: $3r+3+25rr=31r$ $3r+3+26rf=32f$ $9f+3+27fr=39r$ $9f+3+22ff=34f$

Eingang B: $6r+2+25rr=33r$ $6r+2+26rf=34f$ $4f+2+27fr=33r$ $4f+2+22ff=28f$

$(39r, 34f) = (\max(31r, 39r, 33r, 33r), \max(32f, 34f, 34f, 28f))$

Ausgang unteres XOR-Gatter:

Eingang oben: $39r+10+25rr=74r$ $39r+10+26rf=75f$ $34f+10+27fr=71r$ $39f+10+22ff=71f$

Eingang unten: $8r+6+25rr=39r$ $8r+6+26rf=40f$ $12f+6+27fr=45r$ $12f+6+22ff=40f$

$(74r, 75f) = (\max(74r, 71r, 39r, 45r), \max(75f, 71f, 40f, 40f))$

Leitungslatenz am Ausgang: $74r+3=77r$ $75f+3=78f$

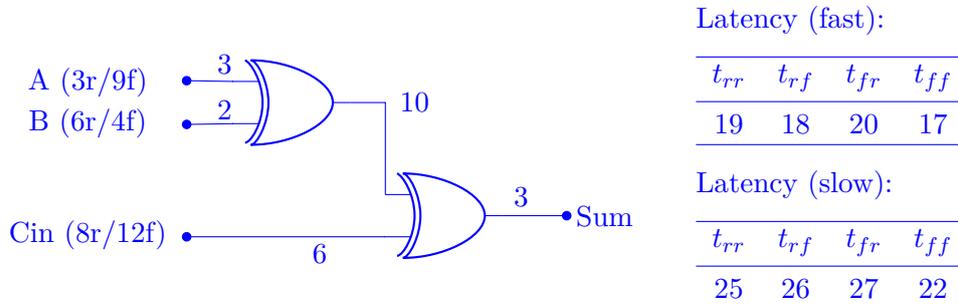
Die späteste Ankunftszeit am Ausgang beträgt $(77r, 78f)$.

Pipelining and timing analysis

(20 Credits)

Given the following circuit of a full adder to calculate the sum.

Assumption: Latencies of the boolean gates are equal for all inputs.



1. Calculate the latest arrival times of rising and falling edge at the output sum. Utilize the given latencies for the XOR gate.

(10 Credits)

2. Erstellen Sie nun ein Late-Timingmodell für die gezeigte Schaltung. **(5 Punkte)**
Berechnen Sie die Latenzen $r_r/r_f/f_r/f_f$ für den Eingang A.

Latenzmodell für Eingang A (Ankunftszeiten sind zu vernachlässigen!)

$$\begin{array}{rcl} 0r+3+25rr+10 & +25rr+3 & = 66rr \\ & +26rf+3 & = \boxed{67rf} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0r+3+26rf+10 & +27fr+3 & = \boxed{69rr} \\ & +22ff+3 & = 64rf \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0f+3+27fr+10 & +25rr+3 & = \boxed{68fr} \\ & +26rf+3 & = \boxed{69ff} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0f+3+22ff+10 & +27fr+3 & = 65fr \\ & +22ff+3 & = 60ff \end{array}$$

3. a. Erläutern Sie das Pipeline-Prinzip. **(2 Punkte)**
b. Geben Sie die Zeit an, die eine 4-stufige Pipeline benötigt, um N Ergebnisse zu berechnen. Vernachlässigen Sie sämtliche Speicherlatenzen! **(3 Punkte)**

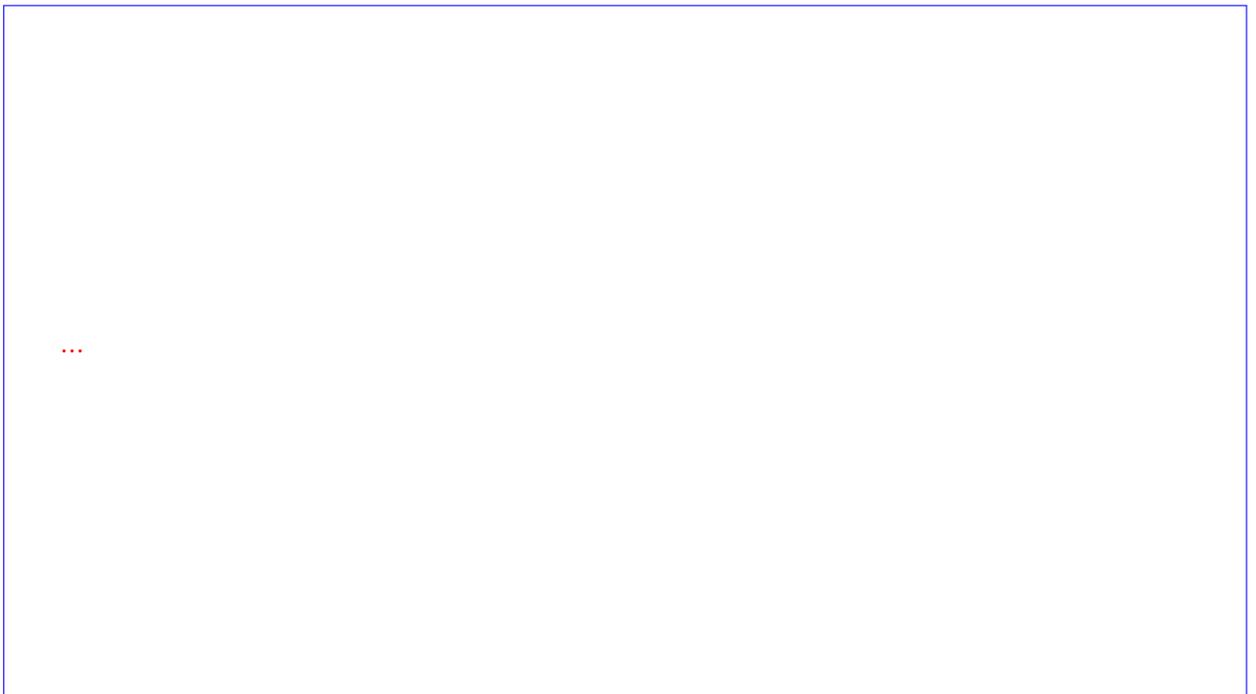
a) Das Pipelining-Prinzip folgt dem Fließbandprinzip und ermöglicht durch den Teile-und-Herrsche Ansatz einen erhöhten Durchsatz durch ein digitales System. Bei einem stetigen Datenstrom wird dabei die Gesamt-Durchlaufzeit durch Parallelität parallele Verarbeitung jedoch ohne zusätzliche Hardware-Einheiten drastisch reduziert.

b) Um N Ergebnisse in einer vierstufigen Pipeline zu berechnen sind $(N-1) \cdot T/4 + T$ Schritte nötig, wobei T die Gesamtlatenz und $T/4$ die Latenz zwischen pro Stufe beträgt. Ohne Pipeline beträgt die Latenz $N \cdot T$.

2. Calculate the late timing model for the shown circuit. **(3 Credits)**
Draw the model and enter the latencies. **(1 Credit)**
Calculate the arrival times with this timing model and **(1 Credit)**
show that the result equals the result of part 1.

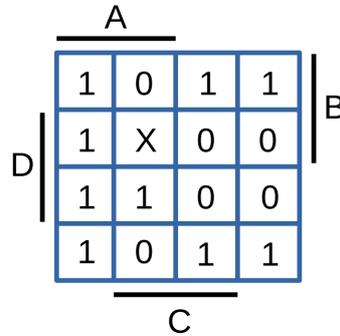


3. a. Explain the pipeline principle. **(2 Credits)**
b. Calculate the time for a 4-stage pipeline to calculate N **(3 Credits)**
results. Neglect all latch latencies!



Aufgabe 3: KV-Diagramm und Hazards (20 Punkte)

Gegeben sei folgendes KV-Diagramm für die Funktion Y auf den Variablen A bis D.



1. Gegeben sei oben gezeigtes KV-Diagramm. Geben Sie alle Prim-Implikanten und Kernprim-Implikanten an! **(6 Punkte)**

Primterme (wähle Don't Care zu Eins): $(A \wedge \bar{C}), (\bar{A} \wedge \bar{D}), (\bar{C} \wedge \bar{D}), (A \wedge D)$
 Kern-Primterme: $(A \wedge D), (\bar{D} \wedge \bar{A})$
 (Disjunktive Minimalform: $(A \wedge D) \vee (\bar{D} \wedge \bar{A}) \vee (A \wedge \bar{C})$)

2. Minimieren Sie nun in Konjunktiver Form mit Quine-McCluskey. Dokumentieren Sie jeden Schritt der Minimierung ausführlich! **(9 Punkte)**

Konjunktive Minimalform, da weniger Maxterme.

Quine'sche Tabelle 1. Ordnung:	Quine'sche Tabelle 2. Ordnung:	Quine'sche Tabelle 3. Ordnung:																																
<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr><th>#</th><th>ABCD</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>14*</td><td>1 1 1 0</td></tr> <tr><td>7*</td><td>0 1 1 1</td></tr> <tr><td>10*</td><td>1 0 1 0</td></tr> <tr><td>3*</td><td>0 0 1 1</td></tr> <tr><td>5*</td><td>0 1 0 1</td></tr> <tr><td>1*</td><td>0 0 0 1</td></tr> </tbody> </table>	#	ABCD	14*	1 1 1 0	7*	0 1 1 1	10*	1 0 1 0	3*	0 0 1 1	5*	0 1 0 1	1*	0 0 0 1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr><th>#</th><th>ABCD</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>(14,10)</td><td>1 - 1 0</td></tr> <tr><td>(7,3)*</td><td>0 - 1 1</td></tr> <tr><td>(7,5)*</td><td>0 1 - 1</td></tr> <tr><td>(3,1)*</td><td>0 0 - 1</td></tr> <tr><td>(5,1)*</td><td>0 - 0 1</td></tr> </tbody> </table>	#	ABCD	(14,10)	1 - 1 0	(7,3)*	0 - 1 1	(7,5)*	0 1 - 1	(3,1)*	0 0 - 1	(5,1)*	0 - 0 1	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr><th>#</th><th>ABCD</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>((7,3),(5,1))</td><td>0 - - 1</td></tr> <tr><td>((7,5),(3,1))</td><td>0 - - 1</td></tr> </tbody> </table>	#	ABCD	((7,3),(5,1))	0 - - 1	((7,5),(3,1))	0 - - 1
#	ABCD																																	
14*	1 1 1 0																																	
7*	0 1 1 1																																	
10*	1 0 1 0																																	
3*	0 0 1 1																																	
5*	0 1 0 1																																	
1*	0 0 0 1																																	
#	ABCD																																	
(14,10)	1 - 1 0																																	
(7,3)*	0 - 1 1																																	
(7,5)*	0 1 - 1																																	
(3,1)*	0 0 - 1																																	
(5,1)*	0 - 0 1																																	
#	ABCD																																	
((7,3),(5,1))	0 - - 1																																	
((7,5),(3,1))	0 - - 1																																	

Überdeckungstabelle:

Primterm	1	3	5	7	10	14
((7,3),(5,1))	x	x	x	x		
(14,10)					x	x

Ergebnis : $(A \vee \bar{D}) \wedge (\bar{A} \vee \bar{C} \vee D)$

Beide Terme sind Kern-Primterme.

Aufgabe 4: KV-Diagramm and hazards (20 Credits)

Given the following Karnaugh map for the function Y on the variables A to D.

				A							
				┌───┐		└───┘					
				1	0	1	1				
				1	X	0	0	B			
				1	1	0	0				
D				1	0	1	1				
				└───┘		┌───┐					
				C							

1. For the given Karnaugh map. Give all prime implicants and essential prime implicants (i.e. product terms). (6 Credits)

2. Now give the minimal product of sums with Quine McCluskey. Document every step of the minimization in detail! (9 Credits)

(Fortsetzung Aufgabenteil 2.)



(Part 2 continued)



3. Identifizieren Sie zwei Hazards der Disjunktiven Minimalform. Klassifizieren Sie jeden Hazard und vermeiden Sie ihn auf boole'scher Ebene. **(5 Punkte)**

Disjunktive Minimalform: $(A \wedge D) \vee (\bar{D} \wedge \bar{A}) \vee (A \wedge \bar{C})$

Statischer Eins-Hazard: Umschaltung A von 0 auf 1 für B=1, C=0, D=0

Ergänzungsterm zur Vermeidung des Hazards auf boole'scher Ebene: $(\bar{C} \wedge \bar{D})$

Statischer Eins-Hazard: Umschaltung A von 0 auf 1 für B=0, C=0, D=0

Ergänzungsterm zur Vermeidung des Hazards auf boole'scher Ebene: $(\bar{C} \wedge \bar{D})$

Disjuntive Form ohne Hazards: $(A \wedge D) \vee (\bar{D} \wedge \bar{A}) \vee (A \wedge \bar{C}) \vee (\bar{C} \wedge \bar{D})$

3. Identify two hazards for the minimal sum of products. Classify the hazards and remove them on boolean level. **(5 Credits)**

