

---

# Klausur

---

Name: ..... Matrikelnummer: .....

Studiengang: ..... Unterschrift: .....

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Gesamtpunktzahl: 60 Punkte

1. Verwenden Sie einen nicht netzwerkfähigen Taschenrechner!
  2. Verwenden Sie ein ein beidseitig handgeschriebenes DIN A 4 Formelblatt!
  3. Verwenden Sie keinen Bleistift oder Rotstift!
  4. Unleserliche Angaben werden nicht gewertet!
  5. Verwenden Sie den Notizbogen für Nebenrechnungen!
  6. Geben Sie den Rechenweg klar strukturiert und leserlich an!
  7. Nur Lösungen in den Lösungsfeldern werden gewertet!  
Nutzen Sie ggf. die Lösungsfelder der englischen Version!

# Examination

---

Name: ..... Student number: .....

Branch of studies: ..... Signature: .....

Working time: 90 Minutes

Total points: 60 Points

1. Use a pocket calculator without network capabilities!
2. Use a double sided hand-written DIN A 4 formulary!
3. Do not use lead pen or red ink!
4. Unreadable sections are not assessed!
5. Use the additional sheets for side calculatipons!
6. Give your solutions clearly structured and readable!
7. Solutions will be assessed if given in the text boxes!  
Use the text boxes of the german version if required!

## Aufgabe 1: Boole'sche Algebra

(15 Punkte)

1. Nennen Sie das Gesetz von de Morgan der bool'schen Algebra. **(2 Punkte)**

Nach dem Gesetz von de Morgan gilt  $\overline{(a \wedge b \wedge \dots \wedge c)} = (\bar{a} \vee \bar{b} \vee \dots \vee \bar{c})$  bzw.  $\overline{(a \vee b \vee \dots \vee c)} = (\bar{a} \wedge \bar{b} \wedge \dots \wedge \bar{c})$ .

2. Zeigen Sie  $(A \wedge B) \vee A = A = (A \vee B) \wedge A$  durch algebr. Umformung. **(5 Punkte)**

$$\begin{aligned}
 (A \wedge B) \vee A &= (A \vee B) \wedge (A \vee A) \\
 &= (A \vee B) \wedge A \\
 &= \left( \underbrace{B \vee [(A \vee 0) \wedge A]}_{\text{Restfunktion0}} \right) \wedge \left( \underbrace{\bar{B} \vee [(A \vee 1) \wedge A]}_{\text{Restfunktion1}} \right) \\
 &= (B \vee [A]) \wedge (\bar{B} \vee [A]) \\
 &= A
 \end{aligned}$$

*B ist Don't Care, da beide Restfunktionen gleich sind! Einfacher und ebenso richtig lässt sich die Gleichheit zu A mit dem Absorptionsgesetz begründen.*

3. Zeigen Sie  $(A \vee (B \wedge C) \wedge (A \vee \overline{(B \wedge C)})) = A$  mit Shannon-Entwicklung. **(8 Punkte)**

Sei  $f = (A \vee (B \wedge C) \wedge (A \vee \overline{(B \wedge C)}))$ . Dann gilt

$$f_{B \wedge C} = [(B \wedge C) \vee f_{(B \wedge C)=0}] \wedge [\overline{(B \wedge C)} \vee f_{(B \wedge C)=1}]$$

wobei  $f_{(B \wedge C)=0}$  und  $f_{(B \wedge C)=1}$  die Restfunktionen sind.

$$= [(B \wedge C) \vee ((A \vee 0) \wedge (A \vee 1))] \wedge [\overline{(B \wedge C)} \vee ((A \vee 1) \wedge (A \vee 0))] ]$$

$$= [(B \wedge C) \vee ((A \vee 0) \wedge 1)] \wedge [\overline{(B \wedge C)} \vee (1 \wedge (A \vee 0))] ]$$

$$= [(B \wedge C) \vee ((A \vee 0))] \wedge [\overline{(B \wedge C)} \vee ((A \vee 0))] ]$$

$$= \boxed{A, \text{ da Restfunktionen identisch und gleich } A}$$

*Erläuterung*  $[(B \wedge C) \vee (A)] \wedge [\overline{(B \wedge C)} \vee (A)]$

$$= [(B \wedge C) \wedge \overline{(B \wedge C)}] \vee A = 0 \vee A = A$$

## Boolean Algebra

(15 Punkte)

1. Give de Morgan's law for boolean algebra. (2 Punkte)

2. Show by algebraic transformation that  $(A \wedge B) \vee A = A = (A \vee B) \wedge A$ . (5 Punkte)

3. Show by Shannon expansion that  $(A \vee (B \wedge C) \wedge (A \vee \overline{(B \wedge C)})) = A$ . (8 Punkte)



## Boolean Optimization

(15 Points)

$$Y = (\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}) \wedge (A \vee B \vee C \vee D) \wedge (\bar{A} \vee B \vee \bar{C} \vee \bar{D}) \wedge (A \vee \bar{B} \vee C \vee D) \wedge (A \vee \bar{B} \vee \bar{C} \vee D) \wedge (A \vee \bar{B} \vee \bar{C} \vee \bar{D})$$

1. Minimize the function  $Y$  with KV diagram.

(5 points)



Result from the minimization with KV diagram.

(1 Point)



2. What happens with primes (Primerterme) that are not key primes (Kern-Primerterme)

(2 Points)



3. Minimieren Sie die die Funktion für  $Y$  nun mit dem Algorithmus von Quine-(6 Punkte) McCluskey.

Quine'sche Tabellen:

1. Ordnung		2. Ordnung		3. Ordnung	
0*	0000	0,4	0-00	6,7,14,15	-11-
4*	0100	4,6	01-0	6,14,7,15	-11-
6*	0110	6,7*	011-		
11*	1011	6,14*	-110		
7*	0111	11,15	1-11		
14*	1110	7,15*	-111		
15*	1111	14,15*	111-		

Überdeckungstabelle:

Primterme	0	4	6	11	7	14	15
6,7,14,15			x		x	x	x
0,4	x	x					
4,6		x	x				
11,15				x			x

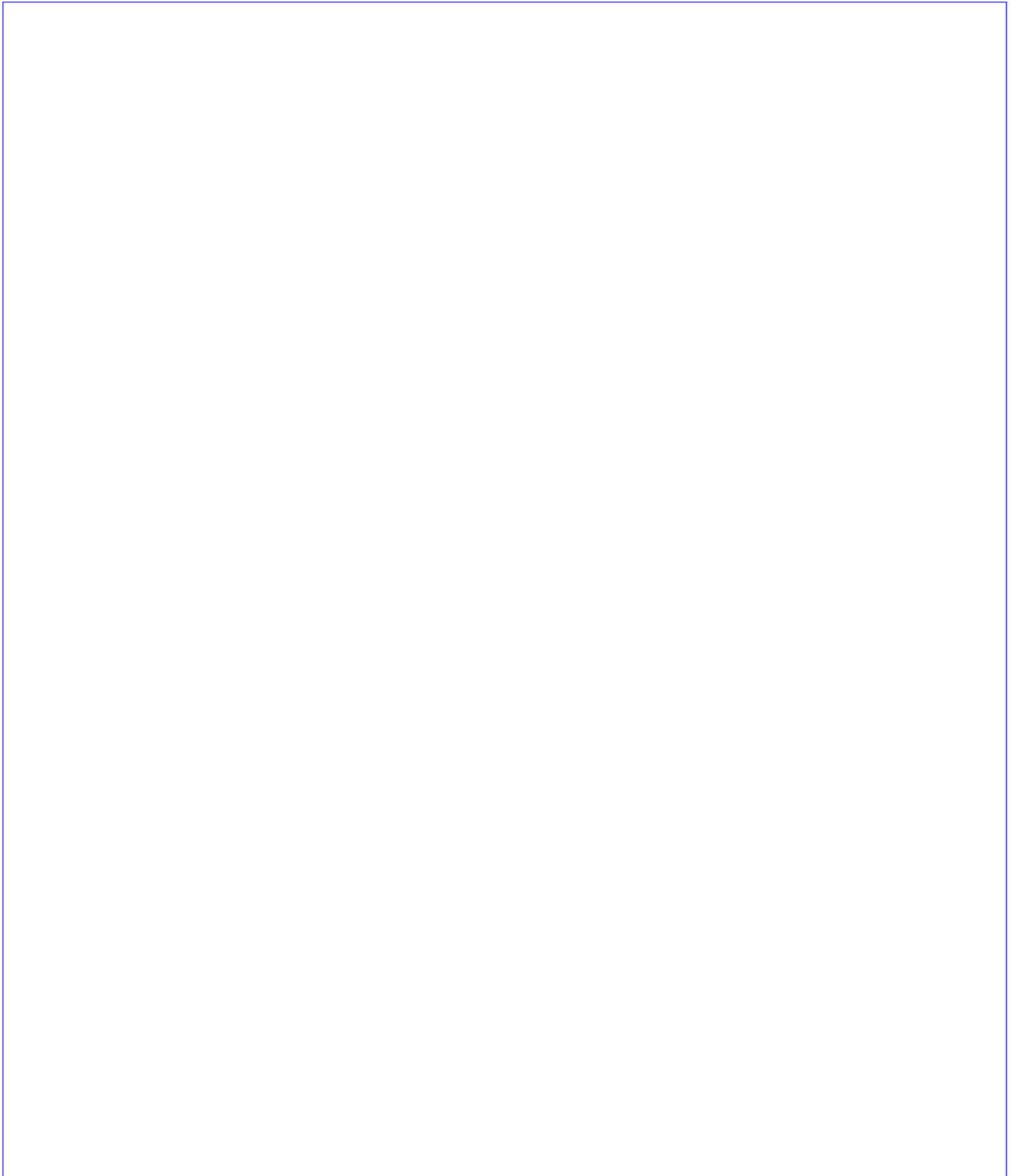
Die Lösung bildet sich durch die Kern-Primterme (6, 7, 14, 15), (11, 15) und (0, 4). Weitere Primterme sind nicht erforderlich, da alle Ausgangsterme überdeckt sind.

Ergebnis der Minimierung mit Quine-McCluskey

(1 Punkt)

$$Y_{KMF} = (\overline{B} \vee \overline{C}) \wedge (\overline{A} \vee \overline{C} \vee \overline{D}) \wedge (A \vee C \vee D)$$

3. Minimize the function  $Y$  with the algorithm of Quine-McCluskey. **(6 Points)**



Result of the minimization with Quine-McCluskey

**(1 Point)**

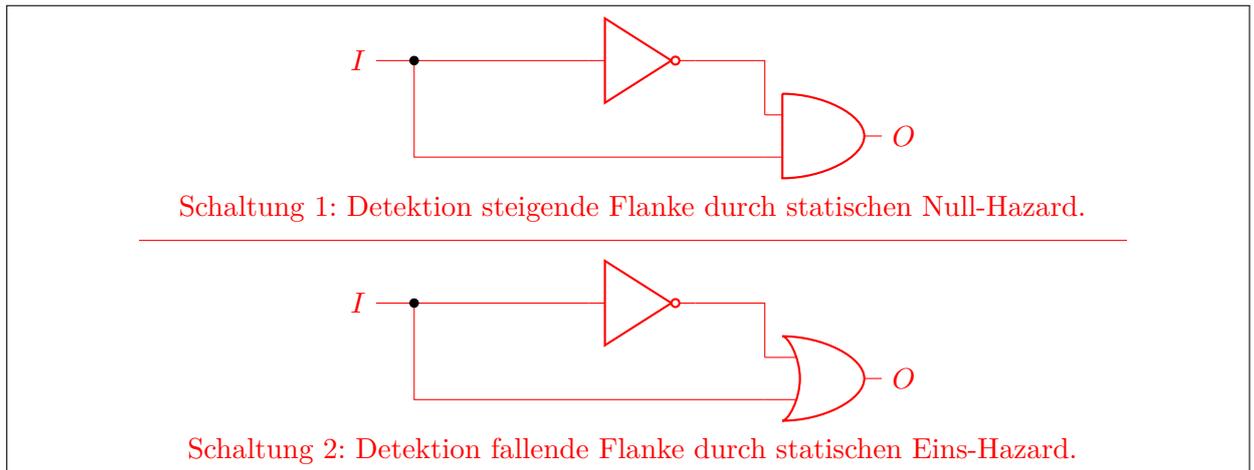


### Aufgabe 3: Hazards

(15 Punkte)

Logische Hazards können sinnvoll in Flankendetektoren genutzt werden.

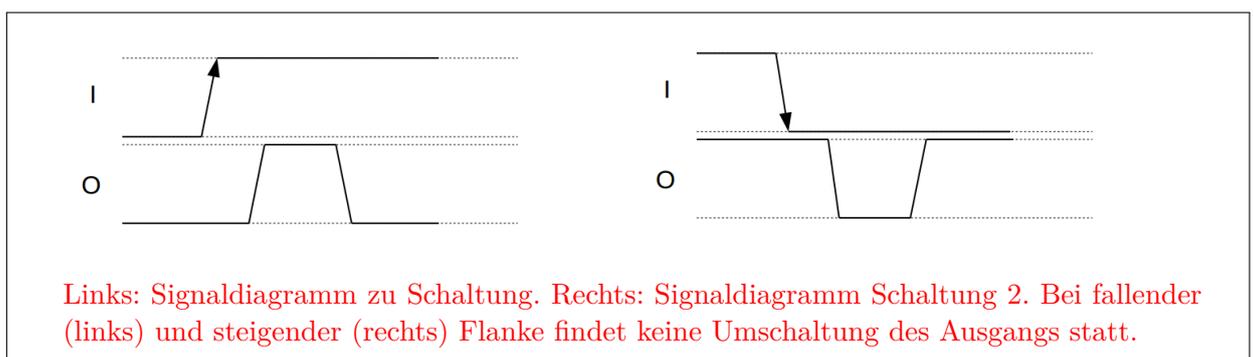
1. Entwerfen Sie je eine Schaltung zur Indikation von steigenden und fallenden (6 Punkte) Flanken. Nutzen Sie statische Hazards.



2. Benennen Sie die Hazards. Zeigen Sie die Signalwege in den Schaltungen. (5 Punkte)

Schaltung 1 zeigt eine Schaltung zur Detektion einer steigenden Flanke durch einen statischen Null-Hazard. Schaltung 2 zeigt eine Schaltung zur Detektion einer fallenden Flanke durch einen statischen Eins-Hazard. Dazu wird ein UND- bzw. ODER-Gatter verwendet, welches komplementär beschaltet ist. Aufgrund der Latenzunterschiede wird die in Abb.1 eine statische Null bei Umschaltung zu einem statischen Null-Hazard bzw. in Abb.2 eine statische Eins bei Umschaltung zu einem statischen Eins-Hazard.

3. Zeigen Sie die Funktionsweise der Schaltung in einem Signaldiagramm. (4 Punkte)



## Hazards

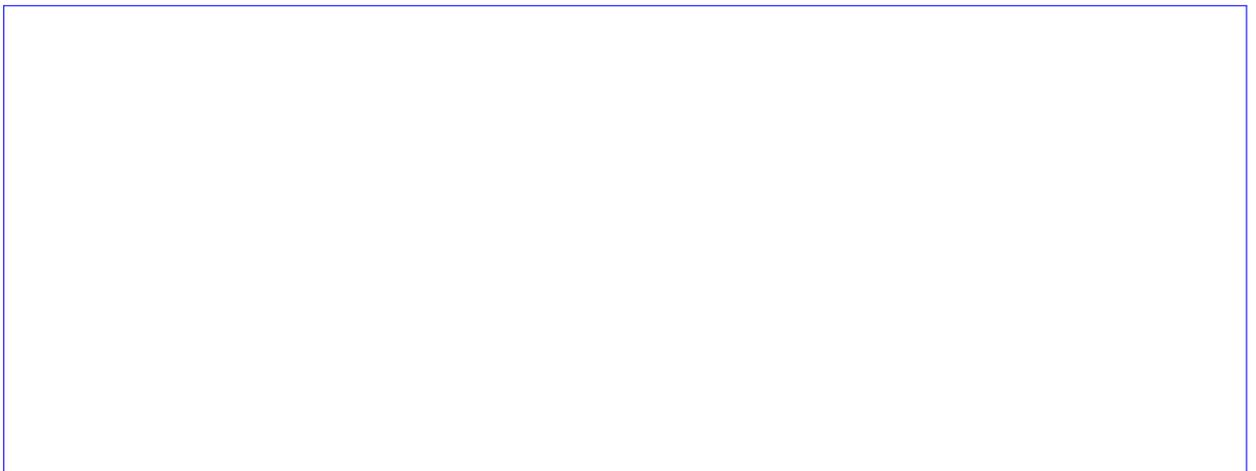
(15 Punkte)

Logic hazards can be reasonably used in edge detector designs.

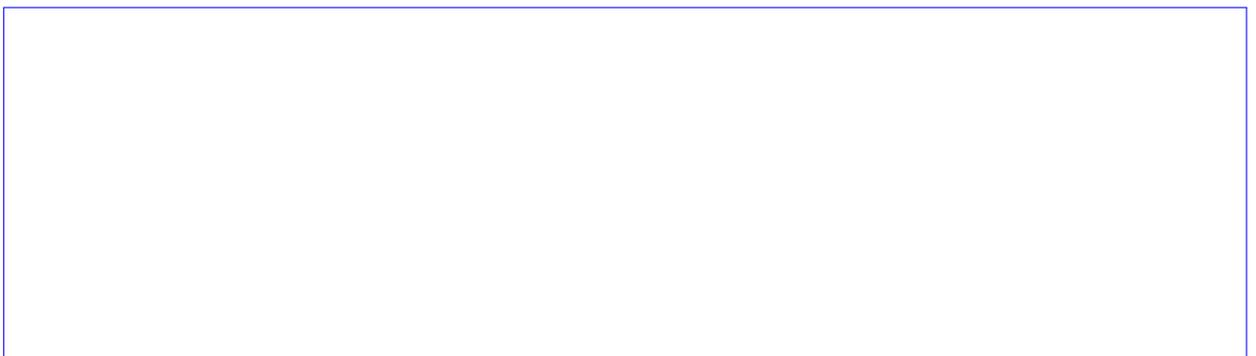
1. Create a circuit to indicate rising and another circuit to indicate falling edges. Utilize static hazards. (6 Punkte)



2. Name the hazards by technical terms. Show the signal paths in the circuits. (5 Punkte)



3. Show the principle of operation in a signal diagram. (4 Punkte)



## Aufgabe 4: Digitale Arithmetik

(15 Punkte)

1. Wodurch unterscheiden sich Offset- von Komplement-Kodes?

(1 Punkt)

Offset- und Komplementcodes stellen positive und negative Zahlen dar. Zur Darstellung negativer Zahlen nutzen Komplementcodes das bitweise Komplement, während Offsetcodes eine Wertebereichsverschiebung durch Addition bzw. Subtraktion eines Offsets vorsehen.

2. Addieren Sie  $14,375_{10} + (-6,0625_{10})$  im 8-Bit Zweierkomplement.

(5 Punkte)

$$\begin{aligned}
 14,375_{10} &= \dots 0\ 1110,0110\ 0\dots_{ZK} \\
 -6,0625_{10} &= -0110,0001_2 \\
 &= \dots 1\ 1001,1111\ 0\dots_{ZK}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 \dots 0\ 1110,0110\ 0\dots \\
 + \quad \dots 1\ 1001,1111\ 0\dots \\
 \hline
 \dots 0\ 1000,0101\ 0\dots
 \end{array}$$

Ergebnis :  $01000,0101_{ZK}$

Achtung, das Ergebnis ist mit acht Stellen nicht korrekt darstellbar, da im Zweierkomplement eine führende Null nötig ist, um die positive Zahl korrekt darzustellen.

Hinweis: Die Nachkommastellen sind nicht das Problem, da Zweierkomplementzahlen immer mit Nullen erweitert werden.

Hinweis: Dies wäre im Offset-Code nicht der Fall. Das Ergebnis wäre in jedem Offset-Kode darstellbar, solange für einen ganzzahligen Offset  $O$  gilt:  $-7 \leq O \leq 7$ .

- Beurteilen Sie die Korrektheit des Ergebnisses mit dem Verfahren aus der Vorlesung.

(2 Punkte)

Das Ergebnis ist bei ausreichender Anzahl Stellen immer gültig, da eine positive und eine negative Zahl addiert werden und damit der Wertebereich nicht verlassen werden kann. Hier stehen nicht ausreichen Stellen zur Verfügung, sodaß das Ergebnis nicht korrekt darstellbar ist. Dies wird kann durch die Betrachtung der höchstwertigen Stelle nicht festgestellt werden.

## Digital Arithmetics

**(15 Points)**

1. What distinguish offset from complement codes?

**(1 Point)**

2. Add  $14,375_{10} + (-6,0625_{10})$  with 8-Bit two's complement code.

**(5 Points)**

Analyse the correctness of the result with the procedure introduced in the course.

**(2 Points)**

3. Addieren Sie  $10.25_{10} + (-2.375_{10})$  im IEEE-754 Single-Precision Format. (5 Punkte)

Werte transformieren:

$$\begin{aligned}
 10.25_{10} &= 0\ 10000010\ 010010000000000000000000_{IEEE} \\
 -2.375_{10} &= 1\ 10000000\ 001100000000000000000000_{IEEE}
 \end{aligned}$$

Delta-Charakteristik ermitteln:  $130 - 128 = 2$

Anpassung der Mantissen:

$$\begin{aligned}
 &101.00100000000000000000 \dots_2 \quad (\cdot 2^{3-2}) \\
 - &001.00110000000000000000 \dots_2 \quad (\cdot 2^1)
 \end{aligned}$$

Rechnen mit Zweierkomplement (Exponent=2):

$$\begin{array}{r}
 \dots_0\ 101.00100000000000000000 \dots_{ZK} \quad (\cdot 2^{3-2}) \\
 + \dots_1\ 110.11010000000000000000 \dots_{ZK} \quad (\cdot 2^1) \\
 \hline
 \dots_0\ 011.11110000000000000000 \dots_{ZK} \quad (\cdot 2^1)
 \end{array}$$

Bestimmung des Vorzeichens: 0, also positiv.

Normalisieren:

$$\begin{aligned}
 &011.11110000000000000000_{ZK} \cdot 2^1 \\
 = &01.11111000000000000000_{ZK} \cdot 2^2
 \end{aligned}$$

Charakteristik bestimmen:  $127+2 = 129$  im 8-Bit 127-Exzess Code  $10000001_{Exc-127}$

Ergebnis :  $0\ 10000001\ 111110000000000000000000_{IEEE-754}$

4. Berechnen Sie den Informationsgehalt einer Nachricht mit zehn Zeichen im (2 Punkte) Dezimalformat.

$$\begin{aligned}
 h &= \log_2 \frac{1}{0.1} \\
 H &= \sum_{i=1}^{10} h = \sum_{i=1}^{10} \log_2 \frac{1}{0.1} = 10 \cdot \frac{\log(10)}{\log(2)} = 10 \cdot 3.32 = 33.22 \text{ Bit}
 \end{aligned}$$

3. Add  $10.25_{10} + (-2.375_{10})$  with the IEEE-754 single precision format. **(5 Points)**

4. Calculate the entropy (Informationsgehalt) of a message with ten literals in decimal format. **(2 Points)**